ECOLE NORMALE SUPERIEURE D'ORAN

المدرسة العليا للأساتذة بوهران

Ecole Normale Superieure d'Oran

Année Universitaire : 2015/2016 **2 éme Année PEP Arabe**

Nom de l'enseignant :

Résultat Final du Module : **Mathématique**

N°	NOM	PRENOM	DAT_NAI	ETAT	EMD1	EMD2	Moy CC	Synth	Moy Sy	Sup Sy	rat	Moy R	Moy
1	ABBOU	SIHAM MERIEM	08/07/1995		13,00								
2	ABDALLAOUI	AMAL	20/01/1996		03,00								
3	ABDELADIM	SAKINA	07/06/1995		12,00								
4	ABIDI	HAYAT	09/08/1994		06,00								
5	AMMRI	ELHACHEMI	24/08/1993		04,50								
6	BAHAT	LHOUARIA	29/08/1994		02,50								
7	BAKHADDA	SIHAM	11/04/1995		15,50								
8	~~BEGHALIA~~	~~MAMA~~	~~12/12/1995~~		—								
9	BELABBES	NESRINE	09/01/1995		15,00								
10	BELHADDAD	SORAYA	16/08/1995		08,5								
11	BELKACHENA	SALIHA	04/06/1995		05,50								
12	BELKEBIR	NASR EDDINE	25/01/1994		14,00								
13	BENFRADJ	FETHI SALIM	28/10/1994		12,50								
14	Berrahou	Zahia	04/07/1995		10,0								
15	BOUCHOUICHA	ASMAA	21/10/1995		10,00								
16	BOUKEDJAR	ASMAA	13/10/1995		03,00								
17	CHAREF	ILHAM	15/11/1995		07,50								
18	CHERIEF	KENZA	14/09/1995		11,00								
19	DIAB	AMAL	27/07/1995		08,00								
20	FRIH	FATIMA ZOHRA	01/05/1995		13,00								
21	~~GHAFFOUR~~	~~KHADIJA~~	~~31/07/1993~~		—								
22	~~GRAOUCHA~~	~~ASMAA~~	~~30/10/1994~~		—								

Rahmani NC.

18/01/2016

المدرسة العليا للأساتذة بوهران

23	GUETTAF	KARIMA	03/10/1995		07,00									
24	HEMIDI	RACHID	05/09/1994		10,00									
25	KETROUCI	NADJET	04/07/1995		05,50									
26	Mahious	Bakhta	25/12/1993		03,50									
27	MALKI	NAIMA	16/09/1995		13,00									
28	MAROUF	FATIMA	23/12/1995		18,00									
29	~~MATIKA~~	~~AHMED~~	~~28/08/1993~~		—									
30	MEDJAHEDI	SARA	29/10/1995		05,50									
31	MEDJROUNI	AICHA	01/04/1995		11,00									
32	MEFLAHI	HABIBA	28/12/1993		03,00									
33	MEKKNI	ABDESSALAM	30/08/1994		11,75									
34	MISSOUR	SARRA	01/11/1995		19,00									
35	MOHAMMEDI	KHALED WALID	23/11/1994		06,00									
36	Mokhtar	Nour El Houda	12/02/1994		05,00									
37	Nassah	Ali	06/03/1992		11,00									
38	OMRANE	ASMA	20/11/1995		13,50									
39	OUAZENE	NADJET	21/02/1995		09,00									
40	RAHMANI	ASYA	07/07/1995		17,00									
41	SAHOUADJ	ILHEM	26/11/1995		04,50									
42	SAIDI	IMENE	12/06/1995		15,50									
43	TELLI	RADIA	14/05/1995		13,00									
44	TOUATI	WALID	23/08/1993		10,00									
45	YAHIA	AMINA	28/06/1995		09,50									
46	YOUB	SOUAD	24/11/1995		04,00									
47	YOUCEFI	ASSIA	19/12/1995		16,00									
48	ZAHDOUR	NOR EL HOUDA	03/06/1994		14,50									
49	ZANOU	MOHAMED	02/02/1995		03,00									

18/01/2016

تصحيح امتحان السداسي الأول في الرياضيات

تمرين 01 — 03 نقط

$$A^t = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad B^t = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad ; \quad C^t = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

ملاحظة

$$(A.B)^t = B^t . A^t$$
$$(A^t)^t = A$$

1pt $A.B^t = \begin{bmatrix} -7 & 3 & -12 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

1pt $B.A^t = \left((A^t)^t . B^t\right)^t = \left(A \times B^t\right)^t = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 3 & 0 \\ -12 & 3 \end{bmatrix}$

1pt $B - C^t = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & -1 \\ 3 & +2 \end{bmatrix}$

تمرين 02 : 04 نقط

1- لنحسب $A \times B$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -6 \\ -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} (1\times1-2\times2+2\times2) & (1\times2-2\times5+2\times4) & (-1\times2+2\times6-2\times5) \\ (2\times1+1\times2-2\times2) & (2\times2+1\times5-2\times4) & (-2\times2-1\times6+2\times5) \\ (2\times1+0\times1-1\times2) & (2\times2+0\times5-1\times4) & (-2\times2+0(-6)+1\times5) \end{bmatrix}$$

2pt $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3 \Rightarrow$ B هي مقلوب A

2- بكتابة جملة المعادلات على شكل مصفوفات نحصل على

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -9 \\ -8 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow A \times \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -9 \\ -8 \end{Bmatrix}$$

لحل هذه العملة نستغل مقلوب المصفوفة A أي B فنحصل على:

$$B\times\begin{Bmatrix}0\\-9\\-8\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}x\\y\\z\end{Bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}1&2&-2\\2&5&-6\\-2&-4&5\end{bmatrix}\times\begin{Bmatrix}0\\-9\\-8\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}x\\y\\z\end{Bmatrix}\quad\dots(1)$$

$$(1)\Rightarrow\begin{cases}1\times0-2\times9+2\times8=x\\2\times0-5\times9+6\times8=y\\-2\times0+4\times9-5\times8=z\end{cases}\Rightarrow\boxed{\begin{aligned}x&=-2\\y&=3\\z&=-4\end{aligned}}$$

1pt 1pt 1pt

تمرين 03: 04 نقاط

$$A^2=A\times A=\begin{bmatrix}1&0&2\\0&-1&1\\1&-2&0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&0&2\\0&-1&1\\1&-2&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&-4&2\\1&-1&-1\\1&2&0\end{bmatrix}$$

$$A^3=A\cdot A^2=\begin{bmatrix}1&0&2\\0&-1&1\\1&-2&0\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}3&-4&2\\1&-1&-1\\1&2&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&0&2\\0&3&1\\1&-2&4\end{bmatrix}$$

$$\boxed{A^3-A=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&4&0\\0&0&4\end{bmatrix}=4\times I}$$ 1,5 pt

(2)

$$A^3-A=4\cdot I\Rightarrow A(A^2-I)=4\cdot I$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}A(A^2-I)=I$$

$$\Rightarrow A\times\underbrace{\frac{1}{4}(A^2-I)}_{B}=I\Rightarrow A\times B=I$$ 1,5pt

إذن يوجد مصفوفة B بحيث $A\times B=I$ ، إذن A قابلة للقلب

ومقلوبها A^{-1} هو:

$$A^{-1}=\frac{1}{4}(A^2-I)$$ 1pt

$$A^{-1}=\frac{1}{4}(A^2-I)=\frac{1}{4}\left(\begin{bmatrix}3&-4&2\\1&-1&-1\\1&2&0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}\right)=\begin{bmatrix}1/2&-1&1/2\\1/4&-1/2&-1/4\\1/4&1/2&-1/4\end{bmatrix}$$

تمرين 04: 04 نقاط

$$P(x) = 2x^3 + mx^2 - 11x - 6$$

1- $P(x)$ يقبل القسمة على $(x-2)$ هذا يعني أن (2) جذر لـ $P(x)$

$$P(2) = 0 \Rightarrow 2.2^3 + m.2^2 - 11.2 - 6 = 0$$
$$16 + 4m - 22 - 6 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 3}$$ 1pt

2- نضع $m = 3$ ونحسب $P(-3)$

$$P(-3) = 2(-3)^3 + 3(-3)^2 - 11(-3) - 6$$

$$\boxed{P(-3) = 0}$$ 0,5pt

إذن (-3) جذر لـ $P(x)$ ومنه $P(x)$ يقبل القسمة على $(x+3)$

بما أن $P(x)$ يقبل القسمة على $(x-2)$ و $(x+3)$ ومعامله الرئيسي هو 2 ودرجته 3

إذن يمكن كتابة $P(x)$ على الشكل التالي:

$$P(x) = 2(x-2)(x+3)\cdot(x-c)$$

نجد القيام بعملية النشر نحصل على:

$$2x^3 + 3x^2 - 11x - 6 = 2x^3 + 2(1-c)x^2 - 2(6+c)x + 12c$$

بمقارنة المعاملات نستنتج أن: $c = -\frac{1}{2}$ ومنه

$$\boxed{P(x) = 2(x-2)(x+3)\left(x+\frac{1}{2}\right)}$$ 2,5pt

تمرين 05:

05 نقاط

$$P(x) = \frac{x^5+1}{x(x-1)^2} = \frac{x^5+1}{x(x^2-2x+1)} = \frac{x^5+1}{x^3-2x^2+x}$$

$$
\begin{array}{r|l}
x^5+1 & x^3-2x^2+x \\
-x^5-2x^4+x^3 & \hline
0+2x^4-x^3+1 & x^2+2x+3 \\
-2x^4-4x^3+2x^2 & \\
\hline
0+3x^3-2x^2+1 & \\
-3x^3-6x^2-3x & \\
\hline
0+4x^2-3x+1 &
\end{array}
$$

1pt حاصل القسمة : $E = x^2+2x+3$

1pt باقي القسمة : $R = 4x^2-3x+1$

2-)

$$P = \frac{S}{\varphi} = E + \frac{R}{\varphi}$$

$$P = x^2+2x+3 + \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

ومنه

$$\frac{R}{\varphi} = \frac{4x^2-3x+1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

حساب C : نضرب الطرفين في $(x-1)^2$ ونضع $x=1$ نحصل على :

$$\frac{4x^2-3x+1}{x} = C \Rightarrow \frac{4-3+1}{1} = C \Rightarrow \boxed{C=2}$$ 1pt

حساب A : نضرب الطرفين في (x) ونضع $x=0$ نحصل على :

$$\frac{4x^2-3x+1}{(x-1)^2} = A \Rightarrow \frac{1}{1} = A \Rightarrow \boxed{A=1}$$ 1pt

حساب B : نعوض A ، C بقيمتيهما ونضع $x=-1$ نحصل على :

$$\frac{4x^2-3x+1}{x(x-1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{2}{(x-1)^2}$$

$$\frac{4+3+1}{-4} = -1 + \frac{B}{-2} + \frac{2}{4} \Rightarrow \boxed{B=3}$$ 1pt