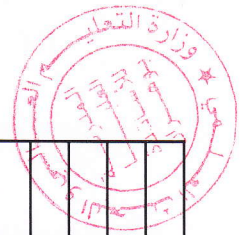


Nom de l'enseignant : Mostefaoui
 Résultat Final du Module : Analyse

N°	NOM	PRENOM	DAT_NAI	ETAT	Emd1	Emd2	Moy CC	Synth	Moy Sy	Sup Sy	rat	Moy R	Moy
1	ALI ABBASS	AICHA	07/12/1996	N	10,25								
2	ALLELE	ASMA	22/10/1996	N	03,5								
3	AOUADA	KHAWLA	08/10/1996	N	04,5								
4	AZIB	SARA	07/09/1997	N	07,5								
5	AZZOUNI	AKILA	26/11/1996	N	14								
6	BAHRI	ABDELHAFIDH	16/03/1996	N	12								
7	BEKHTI	RADIA	10/02/1997	N	06,25								
8	BEKKOUCHE BENZIA	FATIMA	13/01/1996	N	11								
9	BELBEY	WISSAM	18/04/1997	N	06								
10	BELDJOUHER	NACER	30/10/1996	N	15								
11	BELHADJ	MEHDI	27/03/1996	N	09,25								
12	BELKHENCHIR	CHAHRAZED	11/11/1996	N	03,5								
13	BENAID	ABDELHAK	13/07/1995	N	06,25								
14	BENLAZREG	LATIFA	28/06/1997	N	08,75								
15	BESSAILET	FTAIHA	30/01/1996	N	14								
16	BOUFADENE	FATIMA ZOHRA	14/05/1996	N	08,75								
17	BOUNOUAR	SOUMIA	20/03/1997	N	07								
18	BOUOUDA	FATIMA	05/06/1996	N	06								
19	BOUTAIBA	OUAFAA	08/06/1996	N	10,5								
20	CHARIF	IMENE	05/09/1997	N	05								
21	DERKAOUI	ZOHRA	31/03/1997	N	14,5								
22	DJELLOUL CHAOUCH	SAMIA	12/12/1996	N	08,75								

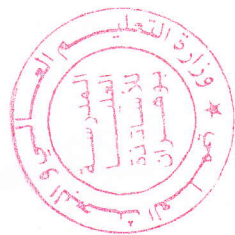
de 14/08/2016

of



56	SLAMANI	AICHA	29/08/1997	N	01.5														
57	TAOUI	ZAHIRA	18/01/1996	N	11.5														
58	THABET	AMIRA	18/11/1997	N	05.25														
59	YESREF	YOUSRA	01/06/1997	N	03.75														
60	ZITOUNI	ZOHRA	10/03/1997	N	11.5														

de 14/02/2016
Handwritten signature



الامتحان الأول في مادة التحليل

التمرين الأول: (6 نقاط)

- 1) بين أن كل متتالية متقاربة محدودة، هذا العكس صحيح؟
- 2) إذا قبلت دالة نهاية من اليمين وأخرى من اليسار، فهل تقبل هذه الدالة نهاية؟
- 3) هل الدالة المعرفة بـ $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ تقبل نهاية عند 0.
- 4) أذكر نظرية القيمة المتوسطة وما تفسيرها الهندسي؟

التمرين الثاني: (5 نقاط)

لتكن $(U_n)_n$ متتالية معرفة بالعلاقة التراجعية التالية:

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 1}{3 - U_n} \end{cases}$$

- 1) بين أنه $\forall n \in \mathbb{N}, U_n < 1$
- 2) أدرس رتابة $(U_n)_n$
- 3) ماذا تستنتج؟
- 4) أوجد النهاية l لـ $(U_n)_n$ إن وجدت

التمرين الثالث: (4 نقاط)

باستعمال نظرية التزايد المتناهية أثبت أن:

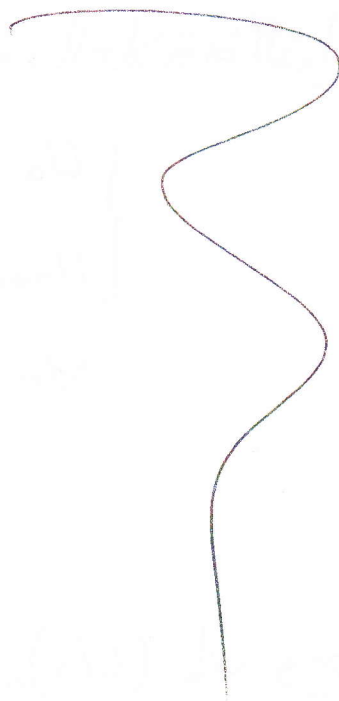
$$|\sin x - \sin y| < |x - y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$$

التمرين الرابع: (5 نقاط)

لنعتبر الدالة

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^{1/x} & x \in]-1, 0[\cup]0, +\infty[\\ a & x = 0 \end{cases}$$

أدرها حسب قيمه a استمرارية وقابلية اشتقاق
الدالة f .



صحيح الاختبار الاول
في التحليل

التمرين 1: (6 pts)

① كل متسلسلة متكافئة متسوية \Rightarrow فعلا لتكافؤ (u_n) $\leftarrow l$ أي

$$\forall \epsilon > 0, \exists N_\epsilon \in \mathbb{N}, \forall n \geq N_\epsilon \Rightarrow |u_n - l| < \epsilon$$

ليكن ϵ لدينا

$$\textcircled{1} \Rightarrow |u_n - l| < \epsilon \Leftrightarrow u_n - l < \epsilon$$

$$\Leftrightarrow l - \epsilon < u_n < l + \epsilon \Rightarrow A < u_n < B \Rightarrow \begin{matrix} l - \epsilon \\ A \end{matrix} < u_n < \begin{matrix} l + \epsilon \\ B \end{matrix}$$

② العكس غير صحيح بتغيير المتسلسلة (u_n) الى (u_{n+1}) متسوية لكن (u_n) ليست متسوية

③ صلا اذ قيلت، والى من اليمين واخرى من اليمين اذ في بعض الحالات لا

$$\textcircled{1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$$

الدالة $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ لا تقبل نهاية عند $x \rightarrow 0$ لأن لدينا

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} \neq \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$$

نضع $x_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + n\pi}$ وعند $x_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + n\pi}$ وعند $x_n = \frac{1}{\frac{\pi}{2} + n\pi}$

التسوية (نظر 2) $u_0 = 0 < 1$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n < 1$$

نفرض ان $u_n < 1$ ونثبت ان

$$\textcircled{2} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{3 - u_n} < 1?$$

$$u_{n+1} - 1 = \frac{u_{n+1}}{3 - u_n} - 1 = \frac{u_{n+1} - 3 + u_n}{3 - u_n} = \frac{-2 + 2u_n}{3 - u_n} = \frac{2(-1 + u_n)}{3 - u_n} < 0$$

$$u_n < 1 \Rightarrow u_n - 1 < 0$$

$$\left| \begin{array}{l} u_n < 1 \Rightarrow -1 > -u_n \\ \Rightarrow 3 - u_n > 2 > 0 \end{array} \right.$$

② دراسة الرتبة

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_{n+1}}{3 - u_n} - u_n = \frac{(u_n - 1)^2}{3 - u_n} > 0$$

$$u_{n+1} - u_n > 0 \quad \forall n$$

لأن $u_n < 1 \Rightarrow 3 - u_n > 2 > 0$

ومن (u_n) متزايدة متناهية

③ (u_n) متزايدة متناهية ومتسوية من الاعلى \Rightarrow ان في متسوية l

$$l = \frac{l+1}{3-l}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} u_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{3 - u_n}$$

لدينا

التمرين 3 (4 pts)

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, |\sin x - \sin y| \leq |x - y|$$

نظرية التفاضل المتقدمة

دالة مستمرة $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ وقابل للاشتقاق f في (a, b) و $a < b$ فإن

(i) يوجد $c \in]a, b[$ بحيث $f(b) - f(a) = (b-a)f'(c)$

لتعتبر الدالة $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ مستمرة وقابل للاشتقاق في كل x و $a < b$ فإن

على $]\alpha, \beta[$ حسب النظرية لدينا $\exists c \in]\alpha, \beta[$ (ii) $f(\beta) - f(\alpha) = (\beta - \alpha)f'(c)$

ومن ثم $\sin \alpha - \sin \beta = (\alpha - \beta)f'(c)$ أي

(iii) $|\sin \alpha - \sin \beta| = |\alpha - \beta| |f'(c)|$

$= |\alpha - \beta| |c|$ لأن $|c| < 1$

التمرين 4 (1 pt) دالة مستمرة وقابل للاشتقاق f في (a, b) و $a < b$ و $f(a) = 1$ و $f(b) = e$ و f قابلة للاشتقاق في (a, b) و $f'(a) = 1$ و $f'(b) = 1$ و f متزايدة و f مستمرة

لأن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln(1+x) = 1$ (iv) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x} \ln(1+x)} = e$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln(1+x) = 1$

إذا كان $a = e$ فإن f مستمرة في \mathbb{R} و f قابلة للاشتقاق في \mathbb{R} و $f'(a) = 1$ و $f'(b) = 1$ و f متزايدة و f مستمرة

دراسة قابلية الاشتقاق على \mathbb{R} $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x} \ln(1+x)} - e}{x - e}$

(v) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} \ln(1+x) + \frac{1}{x(x+1)} \right] =$

$= e \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (x+1) \ln(1+x)}{x^2(x+1)}$

(vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \ln(1+x) - 1}{2x^2 - 2x} =$

(vii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{x+1}}{4x+2} =$

$f'(0) = \frac{e}{2} - \frac{e}{2}$

إذا كان $a = e$ فإن f قابلة للاشتقاق و $f'(a) = \frac{e}{2} - \frac{e}{2}$ و f ليست مستمرة و f متزايدة و f مستمرة