Ecole Normale Superieure d'Oran

Année Universitaire : 2015/2016 1 ére Année PEM Math

Nom de l'enseignant : Mostefaoui

Résultat Final du Module :Algébre

N°	NOM	PRENOM	DAT_NAI	ETAT	Emd1	Emd2	Moy CC	Synth	Moy Sy	Sup Sy	rat	Moy R	Moy
1	ALI ABBASS	AICHA	07/12/1996	N	07								
2	ALLELE	ASMA	22/10/1996	N	06,5								
3	AOUADA	KHAWLA	08/10/1996	N	05,5								
4	AZIB	SARA	07/09/1997	N	07,5								
5	AZZOUNI	AKILA	26/11/1996	N	14,5								
6	BAHRI	ABDELHAFIDH	16/03/1996	N	07,5								
7	BEKHTI	RADIA	10/02/1997	N	08								
8	BEKKOUCHE BENZIA	FATIMA	13/01/1996	N	07,5								
9	BELBEY	WISSAM	18/04/1997	N	04								
10	BELDJOUHER	NACER	30/10/1996	N	08								
11	BELHADJ	MEHDI	27/03/1996	N	07,5								
12	BELKHENCHIR	CHAHRAZED	11/11/1996	N	04								
13	BENAIAD	ABDELHAK	13/07/1995	N	04,5								
14	BENLAZREG	LATIFA	28/06/1997	N	07,5								
15	BESSAILET	FTAIHA	30/01/1996	N	14								
16	BOUFADENE	FATIMA ZOHRA	14/05/1996	N	07,5								
17	BOUNOUAR	SOUMIA	20/03/1997	N	08,5								
18	BOUOUDA	FATIMA	05/06/1996	N	04								
19	BOUTAIBA	OUAFAA	08/06/1996	N	13								
20	CHARIF	IMENE	05/09/1997	N	04,5								
21	DERKAOUI	ZOHRA	31/03/1997	N	14,5								
22	DJELLOUL CHAOUCH	SAMIA	12/12/1996	N	05								

Le 15/02/2016

23	DJENINAT	SAKINA	21/06/1996	N	X								
24	FADEL	SOUAAD	01/01/1996	N	10								
25	FERHAYA	BILAL	16/03/1996	N	11,5								
26	FORLOU	YASMINE NOR EL H(	29/03/1997	N	07,5								
27	GHARBI	KHALDIA	24/07/1996	N	07,5								
28	GRINI	ALI	17/04/1998	N	08,5								
29	GUEBLI	RABAB	19/03/1997	N	05								
30	HAMADOUCHE	MOHAMMED	11/11/1995	N	08								
31	HAMEURLAINE	FATIMA ZOHRA	20/08/1996	N	08								
32	HAMMAD	RAOUNAK	06/02/1996	N	10								
33	HARIZI	ASMAA	04/12/1996	N	07								
34	HASSI	BAKHTA IMENE	07/09/1996	N	X								
35	KAHLOUL	IKRAM	03/07/1997	N	05								
36	KEFKEF	FATIMA	06/05/1996	N	03								
37	KHELOUL	AWDA	23/04/1997	N	07,5								
38	KRALIFA	FETHIA	10/04/1996	N	05								
39	LACHMI	YOUCEF	21/02/1997	N	08								
40	LAHLAH	ILHAM	05/12/1997	N	12,5								
41	LARIBI	ZINEB	29/07/1996	N	02,5								
42	LAROUCI	FATMA	08/09/1997	N	06								
43	LASSAL	IMANE	06/03/1995	N	04,5								
44	LASSAL	AZIZA	04/12/1996	N	03,5								
45	MAZOUZ	SIHAM	08/01/1997	N	08								
46	MAZOUZI	HAKIMA	03/04/1996	N	09,5								
47	MERROUCHI	KHADIJA	26/07/1997	N	07								
48	MOKHTAR	ABLA	19/09/1997	N	07,5								
49	NEGADI	DJOHAR	12/02/1996	N	15,5								
50	NOURA	IMANE	15/06/1997	N	X								
51	OUADAH	SAFIA	13/10/1996	N	04,5								
52	REBAI	DJAMEL EDDINE	12/06/1995	N	03								
53	SALAH	FATIMA ZOHRA	20/02/1998	N	08								
54	SEKKIL	MOHAMMED	17/08/1996	N	09,5								
55	SI LARBI	FOUZIA	05/10/1996	N	14								

le 15/02/2016

56	SLAMANI	AICHA	29/08/1997	N	07								
57	TAOUI	ZAHIRA	18/01/1996	N	12								
58	THABET	AMIRA	18/11/1997	N	09,5								
59	YESREF	YOUSSRA	01/06/1997	N	09,5								
60	ZITOUNI	ZOHRA	10/03/1997	N	13,5								

Le 15/02/2016

[redacted] [redacted]

السنة الجامعية: 2016/2015 — المدرسة العليا للاساتذة بوهران

المدة: 1سا و30د — سنة أولى علوم دقيقة

الامتحان الأول في مادة الجبر

التمرين الأول: (7 نقاط)

ليكن E و $\cancel{F}$ فضاءين شعاعيين على الجسم التبديلي K و f تطبيق خطي من E نحو E

اثبت ان $kerf \cap Imf = f(kerf^2\ )$

التمرين الثاني: (6 نقاط)

ليكن E فضاء شعاعي على K بعده منتهي n

اثبت أن $E \simeq K^n$

التمرين الثالث: (7 نقاط)

ليكن f تطبيق معرف كما يلي:

$$f : R^3 \to R^3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \to f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + y \\ x - Z \\ 0 \end{pmatrix}$$

احسب: Imf و $kerf$ و ما بعداهما

ex01 (6pts)

$\mathrm{Ker} f \cap \mathrm{Im} f = f(\mathrm{Ker} f^2)$

"$\subset$" $y \in \mathrm{Ker} f \cap \mathrm{Im} f \Rightarrow y \overset{?}{\in} f(\mathrm{Ker} f^2)$

$\Rightarrow \exists x \in \mathrm{Ker} f^2 / y = f(x)$

$\Rightarrow ? \; f^2(x) = 0 \;/\; y = f(x)$

soit $\begin{cases} y \in \mathrm{Ker} f \Rightarrow f(y) = 0 \\ y \in \mathrm{Im} f \Rightarrow \exists x \in E / f(x) = y \end{cases}$ (0,1)

$\Rightarrow \exists x \in E / f^2(x) = f(y) = 0$ (1)

$\Rightarrow \exists x \in E / x \in \mathrm{Ker} f^2$ $f(x) = y$ (0,1)

$\Rightarrow \exists x \in \mathrm{Ker} f^2 / y = f(x)$ (0,1)

$\Rightarrow y \in f(\mathrm{Ker} f^2)$

"$\supset$" $y \in f(\mathrm{Ker} f^2) \overset{?}{\Rightarrow} y \overset{?}{\in} \mathrm{Ker} f \cap \mathrm{Im} f$

$\Rightarrow f(y) \overset{?}{=} 0$ et $\overset{?}{\exists} x \in E / y = f(x)$

soit $y \in f(\mathrm{Ker} f^2) \Rightarrow \exists x \in \mathrm{Ker} f^2 / y = f(x)$ (0,1)

$\Rightarrow f^2(x) = 0, x \in E / y = f(x)$ (0,1) $\mathrm{Ker} f^2 \subset E$ (0,1)

$\Rightarrow f^2(x) = 0$, $y \in \mathrm{Im} f$ (0,1)

$\Rightarrow f(f(x)) = 0$, $y \in \mathrm{Im} f$ (0,1)

$\Rightarrow f(y) = 0$, $y \in \mathrm{Im} f$ (0,1)

$\Rightarrow y \in \mathrm{Ker} f$, $y \in \mathrm{Im} f$ (0,1)

ex2 (6pts)

(2) $f : E \longrightarrow \mathbb{K}^n$ نعتبر التطبيق

$x \longmapsto \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$

$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{K}, \forall x, y \in E / f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$ $\Leftrightarrow$ خطي f

ليكن $\alpha,\beta\in\mathbb{K}$ و $\{e_1,\dots,e_n\}$ أساسا لـ E و $x,y\in E$

$x\in E\Rightarrow\exists\,\alpha_1,\dots,\alpha_n\in\mathbb{K}\mid x=\alpha_1e_1+\dots+\alpha_ne_n$

$y\in E\Rightarrow\exists\,\beta_1,\dots,\beta_n\in\mathbb{K}\mid y=\beta_1e_1+\dots+\beta_ne_n$

$f(\alpha x+\beta y)=f(\alpha(\alpha_1e_1+\dots+\alpha_ne_n)+\beta(\beta_1e_1+\dots+\beta_ne_n))$

$=f((\alpha\alpha_1+\beta\beta_1)e_1+\dots+(\alpha\alpha_n+\beta\beta_n)e_n)$

$$=\begin{pmatrix}\alpha\alpha_1+\beta\beta_1\\ \vdots\\ \alpha\alpha_n+\beta\beta_n\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_n\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}\beta_1\\ \vdots\\ \beta_n\end{pmatrix}=\alpha f(x)+\beta f(y)$$

f متباين $\Leftrightarrow$ لدينا $\ker f=\{0_E\}$ ؟

$\ker f=\{x\in E\mid f(x)=0\}=\{\alpha_1x_1+\dots+\alpha_nx_n\in E\mid \begin{pmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_n\end{pmatrix}=0\}=\{0_E\}$

بما أن $\dim E=\dim\mathbb{K}^n=n$ لأن f تقابلي ومنه $\mathbb{K}^n\simeq E$

ex03

7pts

$f:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$

$\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\longmapsto\begin{pmatrix}2x+y\\x-z\\0\end{pmatrix}$

ⓐ f خطي

$\ker f=\left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\mid \begin{matrix}y=-2x\\z=x\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{pmatrix}x\\-2x\\x\end{pmatrix}\mid x\in\mathbb{R}\right\}=\left\{x\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix},x\in\mathbb{R}\right\}$

$\ker f$ هو الفضاء الشعاعي الجزئي المولد بالشعاع $\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ وهو غير معدوم إذن يشكل أساسا لـ $\ker f$

$\boxed{\dim\ker f=1}$

$\operatorname{Im}f=\left\{f\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\mid\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3\right\}=\left\{\begin{pmatrix}2x+y\\x-z\\0\end{pmatrix}\mid\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3\right\}=\left\{x\underbrace{\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}}_{u}+y\underbrace{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}_{v}+z\underbrace{\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}}_{w}\mid\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right\}$

نلاحظ أن

$u=2v-w$

$\operatorname{Im}f=\left\{x(2v-w)+yv+zw\mid\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^3\right\}=\left\{(2x+y)v+(-x+z)w\ \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\right\}$

إذن $\operatorname{Im}f$ هو الفضاء الشعاعي الجزئي المولد بـ $\{v,w\}$ والجملة $\{v,w\}$ مستقلة خطيا لأن

$\forall\alpha,\beta\in\mathbb{R}$ $\alpha v+\beta v=0\Rightarrow\alpha\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}0\\-1\\0\end{pmatrix}=0$

$\Rightarrow\alpha=0\Rightarrow\alpha=0$

$-\beta=0\Rightarrow\beta=0$

إذن تشكل أساسا ومنه

$\boxed{\dim\operatorname{Im}f=2}$