



Ecole Normale Supérieure d'Oran-Ammour Ahmed
Département des Sciences Exactes

Optique

Partie : Optique Ondulatoire

Cours & exercices corrigés

Pour les étudiants de la 2^{ème} année PEM sciences physiques et technologies -PES physique & L3 physique

Rédigé par:
Dr Salem Hebri
salem.hebri@gmail.com

Année Universitaire :2024-2025

Préambule

L'optique ondulatoire est une discipline fascinante qui explore la nature et le comportement de la lumière, une branche fondamentale de la physique. Depuis les premières observations de la diffraction et des interférences au 17ème siècle jusqu'aux avancées modernes de la photonique, cette discipline n'a cessé de dévoiler les mystères de la lumière et de ses propriétés. Ce polycopié a pour ambition de guider le lecteur à travers les concepts essentiels de l'optique ondulatoire, en mettant l'accent sur les principes théoriques.

Ce polycopié a pour objectif de présenter les notions fondamentales de l'optique ondulatoire. À travers des explications détaillées et des illustrations claires, il aborde des phénomènes essentiels tels que la polarisation, les interférences et la diffraction.

Ce polycopié s'adresse à tous ceux qui souhaitent comprendre les mécanismes subtils de la lumière. Que vous soyez étudiant en physique ou enseignant, vous trouverez ici une ressource précieuse pour approfondir vos connaissances. Les chapitres sont conçus pour être accessibles, tout en offrant une profondeur suffisante pour satisfaire les lecteurs les plus exigeants.

Table de matière

Polarisation	01
Lumière et onde.....	02
Polarisation de la lumière	02
Différents cas de polarisation.....	04
Polariseurs et analyseurs.....	06
Polarisation par Biréfringence.....	07
Exercices.....	10
Solutions.	12
Les interférences	16
Interférences à deux ondes.....	17
Figures d'interférences.....	19
Notion de cohérence.....	24
Interférences à N ondes.....	29
Exercices.....	37
Solutions.....	39
La diffraction	41
Principe d'Huyghens –Fresnel.....	42
Classification des phénomènes de diffraction.....	42
Calcul de l'amplitude diffractée.....	43
Diffraction par une ouverture rectangulaire.....	45
Diffraction par une fente.....	47
Diffraction par une ouverture circulaire.....	48
Exercices.....	49
Solutions.....	51
Références	54

Polarisation

-
- **Lumière et onde**
 - **Polarisation de la lumière**
 - **Différents cas de polarisation**
 - **Polariseurs et analyseurs**
 - **Polarisation par Biréfringence**
-

1-Lumière et onde

Une onde électromagnétique est, comme son nom l'indique, composée d'un champ électrique noté $\vec{E}$ et d'un champ magnétique noté $\vec{B}$. Pour décrire une onde électromagnétique on définit un autre vecteur noté $\vec{k}$ qui s'appelle le vecteur d'onde. Ce dernier indique le sens de propagation de l'onde dans l'espace. Avec le vecteur champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$, le vecteur d'onde forme un trièdre direct (comme une base orthogonale). Ainsi les champs électrique et magnétique sont toujours perpendiculaire, c'est pourquoi lorsque que l'on travaille avec une onde électromagnétique, on ne parle très souvent que du champ électrique et du vecteur d'onde car on peut aisément retrouver le champ magnétique à partir de ces deux vecteurs.

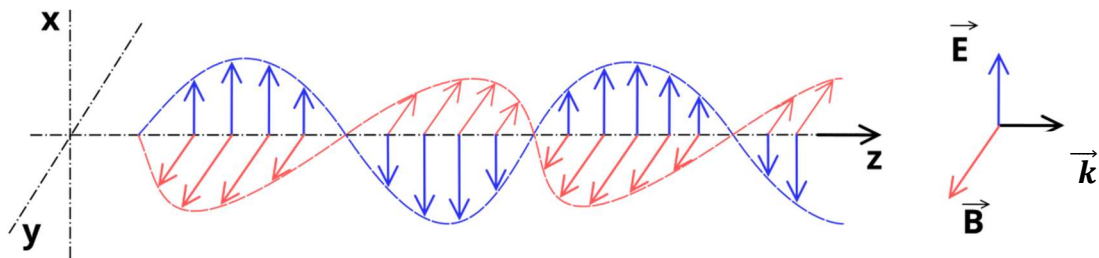


Figure 1.1 : propagation d'une onde électromagnétique

2-Polarisation de la lumière

À l'état naturel, comme le Soleil nous l'envoie par exemple, le champ électromagnétique de la lumière n'a pas de sens privilégié dans l'espace, il est totalement aléatoire et varie continuellement. En effet, cette lumière produite est composée de plusieurs « trains d'onde » qui ont des longueurs d'ondes (et donc des fréquences) et des amplitudes différentes. On dit que la lumière n'a pas de polarisation particulière. On peut, toutefois donner une orientation privilégiée au champ électromagnétique de la lumière, on dit qu'on polarise la lumière. Polariser consiste à ne faire passer qu'une partie des trains d'ondes selon une orientation définie ou alors de créer directement une succession de trains d'ondes possédant les mêmes caractéristiques (même longueur d'onde, même orientation et même amplitude), c'est le cas des lasers. Les polarisations que nous observons ne sont que des projections du champ électrique sur une surface perpendiculaire au vecteur d'onde. Comme le champ électrique oscille dans l'espace et

peut faire des mouvements de rotation autour de l'axe définie par le vecteur, nous pouvons obtenir plusieurs figures géométriques sur la surface perpendiculaire.

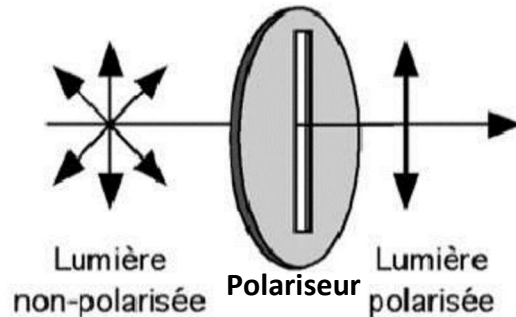


Figure 1.2 : Principe de la polarisation de la lumière

Remarque : Vu que les champs électrique et magnétique sont liés par $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ étudier l'évolution du champ électrique suffit. Autre raison, l'amplitude du champ magnétique est presque négligeable devant celle du champ électrique.

L'étude de la polarisation d'une onde électromagnétique consiste à suivre l'évolution du champ électrique dans un plan normal à sa direction de propagation. L'observation se fait selon le sens opposé à celui de la propagation. La polarisation est alors définie comme le lieu géométrique qu'occupe l'extrémité du vecteur champ électrique au cours du temps

Le champ électrique d'une onde plane progressive monochromatique dans le vide s'écrit, en toute généralité en notation complexe

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kz)}$$

E_0 est perpendiculaire à la direction de propagation, dans notre cas Oz

En prenant la partie réelle et en projetant sur un système d'axe dans le plan transversal à la propagation de l'onde électromagnétique on obtient les composantes suivantes :

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_{x0} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = E_{y0} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases} \quad (01)$$

E_{x0} et E_{y0} sont pris positifs par un choix convenable de φ_x et φ_y .

Pour étudier la polarisation du champ, on regarde donc l'évolution de E dans un plan d'onde (tout plan orthogonal à Oz convient). La direction d'observation est choisie selon la direction- $\vec{u}_z$ (car $\vec{u}_z$ est la direction de propagation, voir la figure ci dessous).

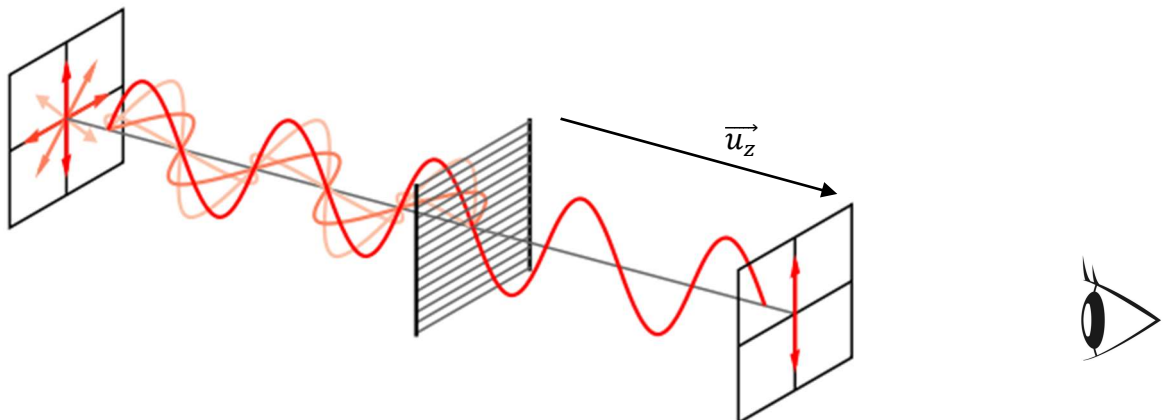


Figure 1.3 : Polarisation du champ électrique dans le plan

L'extrémité du vecteur $\vec{E}$ suit différentes courbes fermées selon la valeur du $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$. L'oeil placé comme sur la figure observe la polarisation de l'onde incidente et le problème est similaire à l'observation sur un oscilloscope en mode XY qui permet de visualiser les courbes de Lissajous. Dans le cas général, une ellipse est observée. Cette ellipse peut être dégénérée (segment de droite), ou s'identifier particulièrement à un cercle.

3. Différents cas de polarisation :

La polarisation de la lumière peut se manifester sous plusieurs formes selon l'interaction des ondes lumineuses avec les milieux traversés. On distingue principalement la polarisation linéaire, circulaire et elliptique, chacune correspondant à une configuration spécifique du champ électrique. Ces cas sont essentiels pour comprendre de nombreux phénomènes optiques et leurs applications technologiques.

3-1-Polarisation rectiligne :

On sait que ce cas est obtenu pour un déphasage nul (à n près), $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = 0$

Cela est équivalent à dire qu'une des deux composantes du champ est nulle

3-2-Polarisation elliptique :

Dans ce cas général, l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ dans un plan $z = \text{cte}$ décrit une ellipse (figure ci-dessous -a). On parle de polarisation elliptique droite (gauche) si l'ellipse est décrite au cours du temps dans le sens des aiguilles d'une montre (sens inverse des aiguilles d'une montre). En effet, seule compte la différence de phase entre les deux composantes. La phase d'une composante ne porte aucune signification physique : on peut l'annuler par changement de l'origine des temps, contrairement au déphasage entre les deux composantes, qui est une caractéristique de l'onde.

3-3-Polarisation circulaire :

C'est un cas particulier de la polarisation elliptique, obtenu quand : $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \mp \frac{\pi}{2}$ et

$$E_{x0} = E_{y0}.$$

C'est-à-dire que les deux composantes sont en quadrature temporelle et ont même amplitude. De même que la polarisation elliptique, la polarisation circulaire peut être droite ou gauche suivant le sens de parcours du cercle (Fig. ci-dessous -b). Pour le champ de l'expression (1), la polarisation est circulaire si et $E_{x0} = E_{y0}$ et droite pour $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = -\frac{\pi}{2}$ et gauche pour $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = +\frac{\pi}{2}$

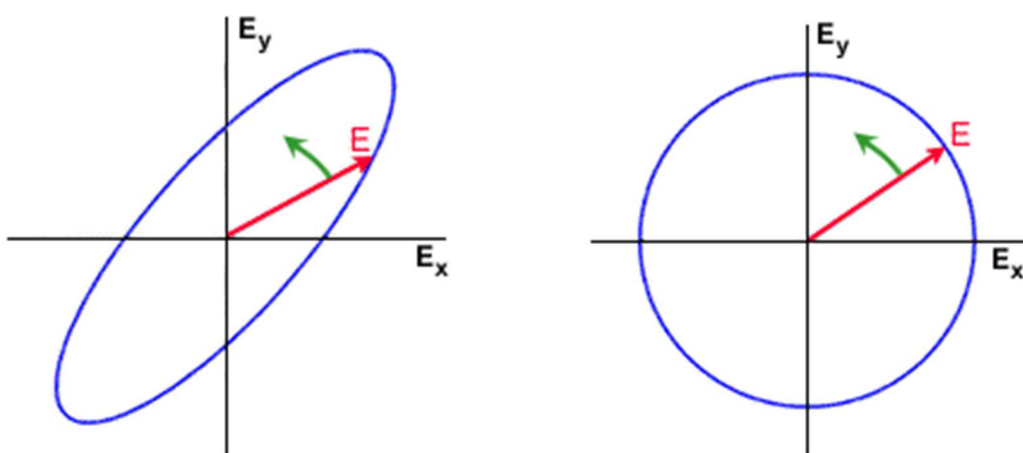


Figure 1.4 : Type de polarisation de la lumière ; (a) elliptique, (b) circulaire

4-Polariseurs et analyseurs :

4-1-Polariseur

Un polariseur est un système optique (qu'on considérera plan) possédant deux directions privilégiées. L'une d'entre elles, appelée axe de transmission, est telle que le polariseur transmet la composante du champ électrique incident parallèle à l'axe de transmission et arrête la composante perpendiculaire.

La lumière sortant d'un polariseur est polarisée rectilignement, parallèlement à la direction de l'axe de transmission, quelle que soit la nature de la lumière incidente.

En outre, si la lumière incidente est polarisée rectilignement selon la direction perpendiculaire à l'axe de transmission, alors aucune lumière ne sort du polariseur.

4-2-Analyseur

Un Analyseur est un polariseur placé après le système optique étudié. En le faisant tourner, on observe comment l'intensité transmise varie selon l'orientation. Cela permet de déterminer la direction et le type de polarisation de la lumière incidente.

Loi de Malus

La loi de Malus porte sur la quantité d'intensité lumineuse transmise par un polariseur parfait.

Supposons qu'une onde plane (déjà) polarisée rectilignement passe par un polariseur.

On note θ l'angle que fait cette polarisation avec l'axe du polariseur.

L'onde sortante est alors polarisée selon l'axe du polariseur, mais elle est atténuée par un certain facteur. Si l'on note I_0 et I les intensités incidente et sortante, alors la loi de Malus s'écrit :

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

Remarques

-Si la polarisation de l'onde incidente est dans la même direction que l'axe du polariseur, alors toute l'intensité lumineuse est transmise ($\theta = 0$).

-Si la polarisation de l'onde incidente est orthogonale à l'axe du polariseur, alors il n'y a pas d'onde sortante ($\theta = 90^\circ$). Dans ce cas, on dit que le polariseur est croisé.

-Si l'onde incidente **n'est pas polarisée**, c'est-à-dire qu'elle est constituée de toutes les polarisations possibles, alors en effectuant la moyenne de I , on obtient

$$I = \frac{I_0}{2}$$

5-Polarisation par Biréfringence

5-1- Définition de la biréfringence

La biréfringence est une propriété optique caractéristique de certains cristaux transparents anisotropes, qui se manifeste par la décomposition d'un faisceau lumineux incident en deux rayons distincts, de polarisations croisées. Cette double réfraction résulte de l'anisotropie du milieu : le cristal présente une direction privilégiée, appelée axe optique ou axe de biréfringence, le long de laquelle l'indice de réfraction extraordinaire (n_e) diffère de l'indice ordinaire (n_o) associé aux directions perpendiculaires. Le rayon extraordinaire est polarisé dans le plan contenant l'axe de biréfringence, tandis que le rayon ordinaire est polarisé perpendiculairement à cet axe.

Remarque : les valeurs des indices n_e et n_o dépendent de la longueur d'onde (λ) de la lumière incidente, ce qui traduit la dispersion du phénomène biréfringent.

5-2-Lames polarisantes

5.1 Description

Il s'agit de lames minces à faces parallèles, découpées dans un cristal biréfringent de manière à ce que l'axe de biréfringence soit parallèle aux faces. Ces lames sont utilisées sous incidence normale, de sorte que les deux rayons ordinaire et extraordinaire restent confondus et ne subissent aucune déviation. Cependant, chacun d'eux se propage dans le cristal avec un indice de réfraction différent : le rayon ordinaire à la vitesse $v_o = \frac{c}{n_o}$ et le rayon extraordinaire à la vitesse $v_e = \frac{c}{n_e}$. Cette différence de vitesse engendre un déphasage entre les deux rayons à la sortie de la lame. Si l'on note L l'épaisseur de la lame, le retard de phase de l'un par rapport à l'autre est donné par :

$$\Delta t = \frac{n_o L}{c} - \frac{n_e L}{c}$$

Et le déphasage est donc

$$\varphi = 2 \pi \Delta t / T = 2 \pi (n_o - n_e) L / c T = 2 \pi (n_o - n_e) L / \lambda \quad (\lambda \text{ dans le vide})$$

$$\varphi = 2\pi(n_o - n_e) L / \lambda$$

5-3-Effet sur une lumière non polarisée

La lumière se sépare en deux ondes perpendiculaires entre elles de même amplitude E. A la sortie, on a :

$$E_o(t) = E \cos(\omega t) \text{ le long de l'axe des } x.$$

Et

$E_e(t) = E \cos(\omega t - \varphi)$ le long de l'axe y. Elles s'ajoutent pour donner un champ E dont l'extrémité se déplace sur une ellipse (si φ différent de $k\pi$) inclinée à 45° par rapport à la direction de l'axe de biréfringence du cristal. La courbe paramétrique

$$x = A \cos \omega t \text{ et } y = A \cos(\omega t - \varphi)$$

est une ellipse inclinée à 45° (si φ différent de $k\pi$). On obtient donc en général une lumière polarisée elliptiquement à 45° (figure 1.4 -a)

5-4-Effet sur une lumière polarisée

Dans le cristal, la lumière se sépare en deux ondes perpendiculaires entre elles d'amplitudes E_x et E_y .

$$E_x = E \cos \alpha \text{ et } E_y = E \sin \alpha$$

α est l'angle entre la polarisation de la lumière et l'axe du cristal suppose sur x.

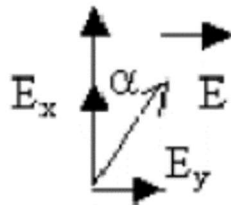


Figure 1.5 : composantes E_x et E_y d'un champ $\vec{E}$ faisant un angle α avec l'axe cristallin

A la sortie, on a :

$$E_e(t) = E_x \cos(\omega t - \varphi) = E \cos \alpha \cos(\omega t - \varphi) \text{ le long de l'axe des } x$$

Et

$$E_o(t) = E_y \cos(\omega t) = E \sin \alpha \cos(\omega t - \varphi) \text{ le long de l'axe } y.$$

Ces deux composantes s'ajoutent pour donner un champ E dont l'extrémité se déplace sur une ellipse (si φ différent de $k\pi$) par rapport a la direction de l'axe de biréfringence du cristal. La courbe paramétrique $x = A \cos \omega t$ et $y = B \cos(\omega t - \varphi)$ est une ellipse inclinée d'un angle β par rapport a x tel que $\tan \beta = B/A$. On obtient donc en général une lumière polarisée elliptiquement.

5-5 lame demi-onde $\delta = (n_o - n_e)L = \frac{\lambda}{2}$

Une lame demi-onde a une épaisseur telle que $\varphi = (2k+1)\pi$ ou $L = (2k+1)\lambda / (2(n_o - n_e))$

On a alors $x = A \cos \omega t$ et $y = B \cos(\omega t - \pi)$ ou $x = A \cos \omega t$ et $y = -B \cos(\omega t)$.

Cela donne $y = -x$: Le champ ne se déplace plus sur une ellipse, mais sur un segment de droite. La lumière est donc polarisée linéairement.

En lumière non polarisée, le plan de polarisation est incliné à 45° de l'axe du cristal

En lumière polarisée, le plan de polarisation est symétrique du plan incident par rapport a l'axe du cristal, il fait toujours un angle α avec lui, mais de l'autre cote. Si l'angle $\alpha = 45^\circ$, le plan de polarisation tourne de 90°

(Ces effets ne sont vrais que pour une seule longueur d'onde, car L dépend de λ)

5-6- lame quart d'onde : $\delta = (n_o - n_e)L = \frac{\lambda}{4}$

Une lame quart d'onde a une épaisseur telle que $\varphi = (2k+1)\pi/2$ ou $L = (2k+1)\lambda / (4(n_o - n_e))$

On a alors $x = A \cos \omega t$ et $y = B \cos(\omega t - \pi/2)$ ou $x = A \cos \omega t$ et $y = B \sin(\omega t)$.

Le champ se déplace sur une ellipse parallèle a l'axe du cristal.

En lumière non polarisée : $A = B$ donc le champ se déplace sur un cercle, on a donc une lumière polarisée circulairement.

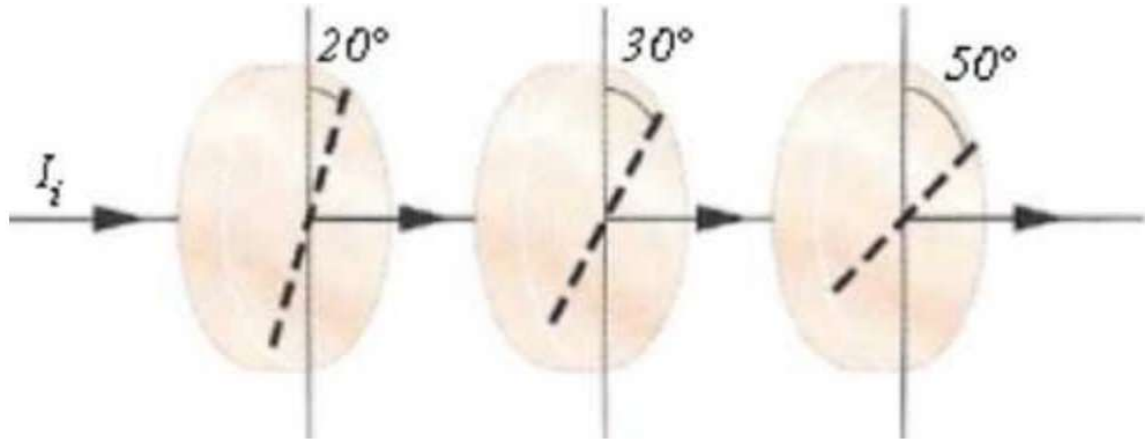
En lumière polarisée, on obtient une lumière polarisée circulairement, si l'angle de polarisation de la lumière fait 45° avec l'axe du cristal (On a alors $A = B$)

(Ces effets ne sont vrais que pour une seule longueur d'onde, car L dépend de λ)

Exercices : Polarisation

Exercice 01

De la lumière non polarisée ayant une intensité initiale I_i passe à travers 3 polariseurs dont les axes sont orientés tels qu'illustrés sur la figure. Quel pourcentage de lumière reste-t-il après que la lumière ait traversé les trois polariseurs ?



Exercice 02

On considère le champ électrique d'une onde électromagnétique plane $E(r,t)$ qui a pour composantes :

$$\begin{cases} A_x \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_x) \\ A_y \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_y) \\ 0 \end{cases}$$

1. Retrouver la relation qui relie A_x, A_y et $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$
2. Préciser les conditions sur ces trois paramètres pour que cette onde présente une polarisation soit rectiligne soit circulaire soit elliptique.

Exercice 03

Une lame est demi-onde pour la radiation verte du mercure de longueur d'onde $\lambda_1 = 546 \text{ nm}$.

Déterminer son retard de phase $\varphi(\lambda)$ pour une longueur d'onde quelconque, en négligeant les variations des indices avec la longueur d'onde. Faire le calcul pour $\lambda_2 = 450 \text{ nm}$.

Exercice04

Un faisceau lumineux parallèle de pulsation ω et de longueur d'onde λ se propageant selon Oz est décrit par :

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t - kz) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

L'amplitude E_0 est une grandeur essentiellement positive.

1. Montrer qu'il s'agit d'une vibration circulaire dont on précisera les axes et le sens de parcours.
2. On place une lame demi-onde dans le plan $z = 0$, la direction de l'axe rapide fait un angle de 0° avec Ox . Déterminer le champ E à la sortie de la lame demi-onde. Quel est le nouvel état de polarisation ?
3. On remplace la lame demi-onde par une lame quart-d'onde. Quel est le nouvel état de polarisation ?

Solutions

Exercice 01

Dans cet exercice on va appliquer la loi de Malus

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

Sauf qu'il y'a une remarque, la lumière est *non polarisée*, donc pour le premier polariseur cette loi n'est pas applicable :

Premier Polariseur

$$I = 0,5 I_i$$

Maintenant on peut appliquer la loi de Malus pour le deuxième et troisième polariseur

Deuxième polariseur $(30^\circ - 20^\circ) = 10^\circ$

$$I = 0,5 I_i \cos^2(10^\circ) = 0,485 I_i$$

Deuxième polariseur $(50^\circ - 30^\circ) = 20^\circ$

$$I = 0,485 I_i \cos^2(20^\circ) = 0,428 I_i$$

Il ne reste que 42,8% de la lumière

Exercice 02

1)

$$E = \begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos(\omega t - kz + \varphi_y) = \cos(\omega t - kz + \varphi_x + \varphi_y - \varphi_x) \end{cases}$$

En posant $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$

$$E = \begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos(\omega t - kz + \varphi_x)\cos\varphi - \sin(\omega t - kz + \varphi_x)\sin\varphi = \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi - \sin(\omega t - kz + \varphi_x)\sin\varphi \end{cases}$$

$$E = \begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ \frac{E_y}{A_y} = \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi - \sin(\omega t - kz + \varphi_x)\sin\varphi \end{cases}$$

$$\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi = -\sin(\omega t - kz + \varphi_x)\sin\varphi$$

On élève l'expression au carré et on somme :

$$\left(\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi\right)^2 = \sin^2(\omega t - kz + \varphi_x)\sin^2\varphi = (1 - \cos^2(\omega t - kz + \varphi_x))\sin^2\varphi$$

$$\left(\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x}\cos\varphi\right)^2 = \left(1 - \frac{E_x^2}{A_x^2}\right)\sin^2\varphi$$

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\cos\varphi\right)^2 - 2\frac{E_y}{A_y}\frac{E_x}{A_x}\cos\varphi = \left(1 - \frac{E_x^2}{A_x^2}\right)\sin^2\varphi$$

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\frac{E_y}{A_y}\frac{E_x}{A_x}\cos\varphi = \sin^2\varphi \quad (1)$$

2)

a) Si $\varphi = 0$ ou π

L'équation (1) devient

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\frac{E_y}{A_y}\frac{E_x}{A_x} = 0$$

Ou encore

$$\frac{E_y}{A_y} = \pm \frac{E_x}{A_x}$$

Dans ce cas la polarisation est rectiligne

b) Si $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$

L'équation (1) devient

$$\left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 = 1$$

La polarisation est elliptique avec Ox et Oy les axes de l'ellipse.

Par ailleurs, si $A_x = A_y$ alors la polarisation est circulaire.

c) Si $\varphi \neq k\pi$ et $A_x \neq A_y$, la polarisation est elliptique.

Exercice 03

Le retard de phase est $\varphi(\lambda) = 2\pi(n_o - n_e) L/\lambda$

Pour λ_1 la lame est demi onde, cela veut dire que le déphasage

$$\varphi(\lambda_1) = 2\pi(n_o - n_e) L/\lambda_1 = \pi$$

Pour

$$\varphi(\lambda_2) = 2\pi(n_o - n_e) L/\lambda_2 = ??$$

sauf qu'on a

$$\varphi(\lambda_1) \cdot \lambda_1 = \varphi(\lambda_2) \lambda_2$$

car $2\pi(n_o - n_e) L$ ne change pas

$$\varphi(\lambda_2) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \varphi(\lambda_1) = 218^\circ$$

Exercice 04

On voit toute suite que

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$$

de sorte qu'il s'agit d'une onde polarisée
circulairement.

2) la lame est demi onde, l'axe rapide est OX donc elle va ramener un retard de π selon OY

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t - \pi) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = -E_0 \sin(\omega t) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$$

La polarisation reste circulaire mais droite

3) la lame est quart onde, l'axe rapide est OX donc elle va ramener un retard de $\pi/2$ selon OY

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_0 \cos(\omega t) \\ E_y = E_0 \cos(\omega t) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

La polarisation est rectiligne à la sortie de la lame

Les interférences

-
- Interférences à deux ondes
 - Figures d'interférences
 - Notion de cohérence
 - Interférences à N ondes
-

1-Interférences de deux ondes

Le phénomène d'interférences de la lumière correspond à la superposition de deux ou plusieurs ondes lumineuses cohérentes, c'est-à-dire ayant une même fréquence et une différence de phase constante. Lorsque ces ondes se rencontrent en un point de l'espace, leurs amplitudes s'additionnent selon le principe de superposition :

- Si les crêtes de l'une coïncident avec les crêtes de l'autre, les amplitudes se renforcent (**interférences constructives**) ;
- Si les crêtes de l'une coïncident avec les creux de l'autre, elles s'annulent partiellement ou totalement (**interférences destructives**).

Envisageons tout d'abord deux sources S_1 et S_2 produisant deux ondes monochromatiques non synchrones, c'est-à-dire de fréquences différentes. Examinons ce qu'il se passe dans la région où les deux ondes se superposent. En un point M de ce champ d'interférence, l'état ondulatoire de chaque onde peut s'écrire

$$A_1 = A_{01} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \quad ,$$

$$A_2 = A_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$A_{tot} = A_1 + A_2 = A_{01} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{02} \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

$$I = \langle A_{tot}^2 \rangle = \langle (A_1 + A_2)^2 \rangle$$

$$I = \langle A_{01}^2 \cos^2(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{02}^2 \cos^2(\omega_2 t + \varphi_2) + 2A_{01}A_{02} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle$$

Rappel

$$\langle \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \rangle = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{si } \omega_1 = \omega_2 \\ 0 & \text{si } \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}$$

Dans le cas de deux ondes non synchrones, les interférences disparaissent : on ne parle plus d'interférences stables mais, en théorie, de **battements temporels** impossibles à détecter en optique. On prend

$$\omega_1 = \omega_2$$

$$I = \langle A_{01}^2 \cos^2(\omega t + \varphi_1) + A_{02}^2 \cos^2(\omega t + \varphi_2) + 2A_{01}A_{02} \cos(\omega t + \varphi_1) \cos(\omega t + \varphi_2) \rangle$$

$$\cos(\omega t + \varphi_1)A_{02}\cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{1}{2}[\cos(2\omega - \varphi_1 - \varphi_2) + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

Rappel

$$\langle \cos^2(x) \rangle = \frac{1}{2} , \quad \langle \cos(x) \rangle = 0$$

$$I = \frac{1}{2}A_{01}^2 + \frac{1}{2}A_{02}^2 + A_{01}A_{02}(\cos(\Delta\varphi))$$

Avec $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$

ou encore, en notant I_1 et I_2 les intensités des deux ondes prises indépendamment :

$$I_1 = \frac{1}{2}A_{01}^2$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}(\cos(\Delta\varphi))$$

Dans ce cas il y'a phénomène d'interférences et on appelle $2\sqrt{I_1 I_2}(\cos(\Delta\varphi))$, terme d'interférences.

Dans le **cas particulier où les intensités sont égales**, $I_1 = I_2 = I_0$ ($A_{01} = A_{02} = A_0$), la formule précédente devient :

$$I = 2I_0[1 + \cos(\Delta\varphi)]$$

Utilisation de la notation complexe

$$A_1 = A_0 e^{i(\omega t - kr_1)}$$

$$A_2 = A_0 e^{i(\omega t - kr_2)}$$

$$A_{tot} = A_0(e^{i(\omega t - kr_1)} + e^{i(\omega t - kr_2)})$$

$$A_{tot}^* = A_0(e^{i(\omega t - kr_1)} + e^{i(\omega t - kr_2)})$$

$$I = \langle A_{tot} \cdot A_{tot}^* \rangle = A_0^2(1 + 1 + e^{ik(r_2 - r_1)} + e^{-ik(r_2 - r_1)})$$

$$I = 2A_0^2[1 + \cos(k(r_2 - r_1))]$$

$$I = 2I_0[1 + \cos(k(r_2 - r_1))] = 2I_0[1 + \cos(k\delta)]$$

δ : Différence de marche optique entre les deux rayons

2-Figure d'interférences

Lorsque deux ondes lumineuses cohérentes se superposent, leurs amplitudes s'ajoutent selon le principe de superposition. Il en résulte une répartition spatiale de l'intensité lumineuse présentant des alternances de zones claires et sombres, appelées figures d'interférences. Les franges brillantes correspondent aux interférences constructives, tandis que les franges sombres résultent des interférences destructives.

On rappelle que l'intensité issue de deux sources est

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(k \frac{\delta}{2} \right)$$

La question qu'on se pose : où se trouve les régions brillantes ?

Les régions brillantes résultent d'une intensité maximale, ce qui signifie que :

$$\cos^2 \left(k \frac{\delta}{2} \right) = 1$$

$$k \frac{(r_2 - r_1)}{2} = \pi \Rightarrow r_2 - r_1 = \lambda$$

On remarque que la différence de marche égale à un multiple de la longueur d'onde.

$r_2 + r_1 = \lambda$ Équation d'ellipse

$r_2 - r_1 = \lambda$ Équation d'hyperbole (notre cas-figure ci dessous)

- Si on met un écran **parallèle** au plan de S_1S_2 , on va obtenir **des franges d'interférences** .(Figure ci-dessous)
- Si on met un écran **perpendiculaire** au plan de S_1S_2 , on va obtenir **des anneaux d'interférences**. (Figure ci-dessous)

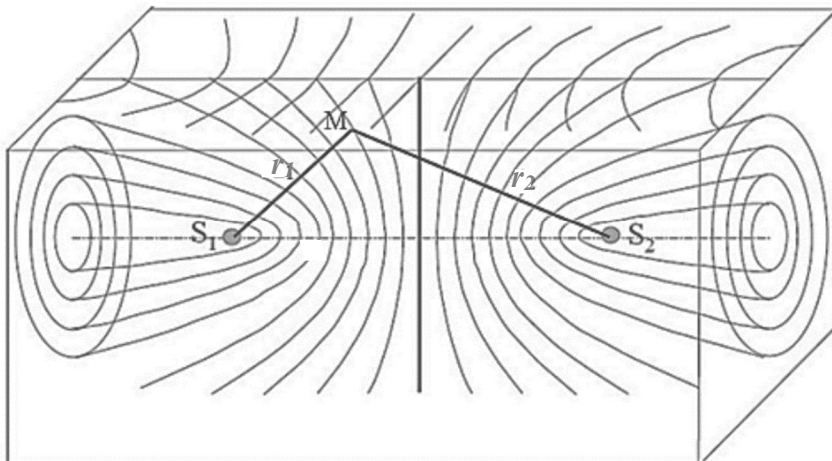


Figure 2.1: Figure d'interférences a de deux ondes

2-1 Franges d'interférences par le dispositif des fentes de Young

Les franges d'interférences rectilignes sont des zones d'intensité constante (claires ou sombres) qui apparaissent sous la forme de droites parallèles.

-Calcul de la Différence de marche

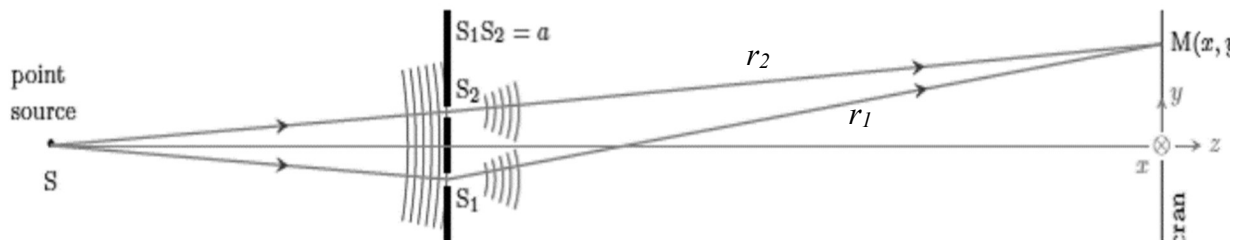


Figure 2.2: dispositif des fentes de Young pour interférences à deux ondes

$$r_1^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2}$$

$$a \ll D \quad \text{et} \quad x \ll D$$

Rappel

$$(1 + \epsilon)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2} \epsilon$$

$$r_1 = D \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{D^2} \right)^{\frac{1}{2}} = D \left(1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2}{2D^2} \right) = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - ax \right)$$

$$r_2 = D + \frac{1}{2D} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + ax \right)$$

$$r_2 - r_1 = \frac{ax}{D}$$

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi ax}{\lambda D} \right)$$

L'interfrange :

L'interfrange est la distance qui sépare deux franges brillantes consécutives (ou deux franges sombres consécutives) dans une figure d'interférences lumineuses. Elle

correspond donc à l'intervalle spatial entre deux points d'intensité maximale ou minimale. (figure ci-dessous)

En prenant le cas de la première frange brillante ($x=0$) et de la seconde lorsque le terme à l'intérieur du $\cos^2$ vaut π , on obtient la distance entre deux franges brillantes consécutives :

$$x=0, I=4I_0$$

$$\frac{\pi ax}{\lambda D} = \pi \Rightarrow x = \frac{\lambda D}{a} = i$$

Donc l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$

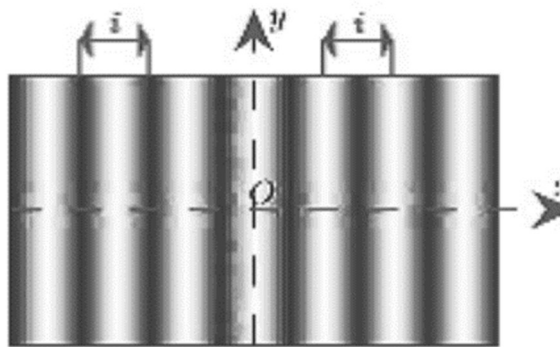


Figure 2.3: Franges interférences

Ordre de grandeur

$$D=1\text{mm}, \lambda=5.10^{-7}\text{m}, a=1\text{mm}$$

$$i=5.10^{-4}\text{m}=0,5\text{ mm}$$

2-2 Anneaux d'interférences :

Dans cette partie on va calculer **la différence de marche** δ des rayons issues de nos deux source lorsqu'on met un écran perpendiculaire au plan des deux sources (figure ci-dessous)

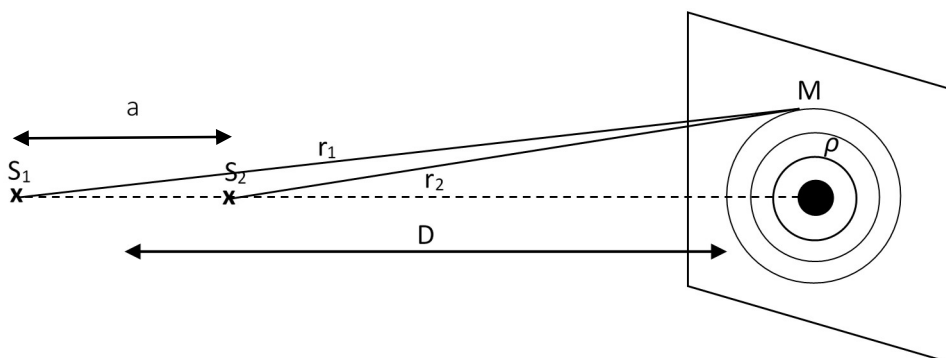


Figure 2.4 : Schéma illustrant la formation des anneaux d'interférences.

a : distance entre les deux sources

D : distance entre l'écran et le milieu des deux sources

ρ : distance entre le centre et un point M situé sur un anneau d'interférence

r_1 : le chemin optique parcouru par le rayon issu de S_1

r_2 : le chemin optique parcouru par le rayon issu de S_2

$$I = 2I_0[1 + \cos(\Delta\varphi)]$$

$$I = 2I_0[1 + \cos(k\delta)]$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\delta = r_1 - r_2$$

$$r_1^2 = \rho^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow r_1 = \sqrt{\rho^2 + \left(D + \frac{a}{2}\right)^2} = \left(D + \frac{a}{2}\right) \left(1 + \frac{\rho^2}{\left(D + \frac{a}{2}\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$a \ll D \quad \text{et} \quad \rho \ll D$$

$$(1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$$

$$r_1 = \left(D + \frac{a}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{\left(D + \frac{a}{2}\right)^2}\right) = D + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{\left(D + \frac{a}{2}\right)}$$

$$r_2 = \left(D - \frac{a}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{\left(D - \frac{a}{2}\right)^2}\right) = D - \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \frac{\rho^2}{\left(D - \frac{a}{2}\right)}$$

$$r_1 - r_2 = a + \frac{\rho^2}{2} \left(\frac{1}{D + \frac{a}{2}} - \frac{1}{D - \frac{a}{2}} \right) = a + \frac{\rho^2}{2} \left(\frac{D - \frac{a}{2} - D - \frac{a}{2}}{D^2 - \frac{a^2}{4}} \right)$$

$$r_1 - r_2 = a \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right) \quad \left(D \gg \frac{a^2}{4}\right)$$

$$I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(1 - \frac{\rho^2}{2D^2}\right) \right) \right]$$

La question à poser est : A quelle distance sont situés les anneaux ayant la même intensité que le centre de la figure ?

$$\rho = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a$$

$$\varphi(n) = \frac{2\pi}{\lambda} a + n \times 2\pi$$

$$\frac{2\pi a}{\lambda} - \frac{2\pi a}{\lambda} \frac{\rho^2}{2D^2} = \frac{2\pi}{\lambda} a + n \times 2\pi$$

$$-n = \frac{a\rho^2}{2D^2\lambda}$$

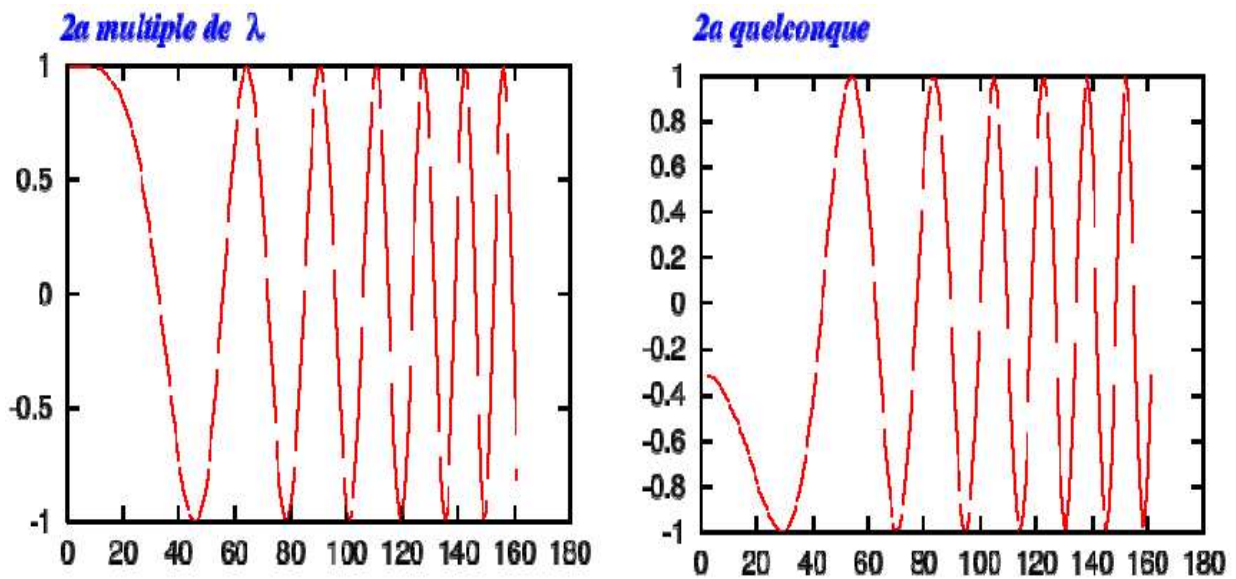


Figure 2.5 : Distribution du champ pour une cavité optique résonante ($2a=n\lambda$) et non résonante ($2a$ quelconque).

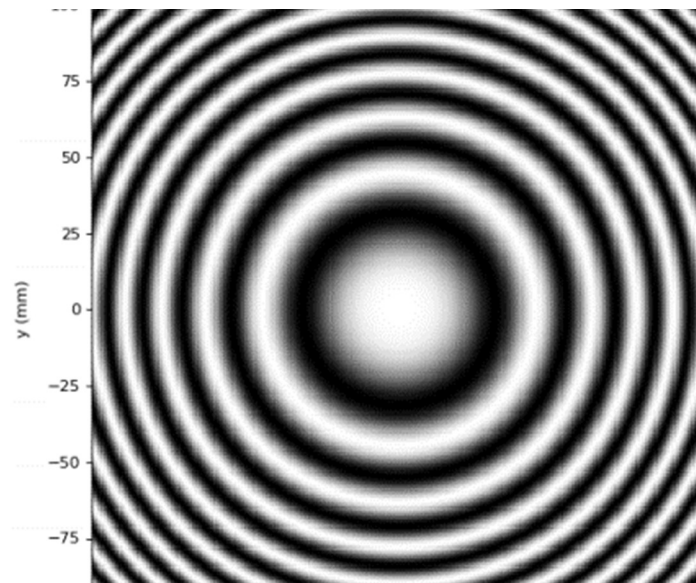


Figure 2.6 : Anneaux d'interférences

3-Notion de cohérence

Tous les expérimentateurs le savent : il n'est pas si aisé d'observer des franges d'interférence en optique. En effet, les ondes lumineuses sont souvent le siège de fluctuations aléatoires qui produisent une dégradation du contraste, voire un brouillage complet. On parle alors de cohérence partielle et d'incohérence.

3-1 Cohérence temporelle

En pratique, il n'existe pas d'onde parfaitement monochromatique (durée infinie, énergie transportée infinie). Une source lumineuse est constituée en réalité d'un grand nombre d'atomes se désexcitant de façon imprévisible (émission spontanée), et sur des durées finies. Le modèle du train d'ondes aléatoires, bien que simpliste, est une tentative de description stochastique qui a le mérite de dégager quelques idées essentielles.

Il s'agit en réalité d'une succession de paquets d'ondes dé-corrélés entre eux à cause des **sauts de phase** qui se produisent de façon aléatoire. En conséquence, chaque paquet a une « durée de vie » aléatoire.

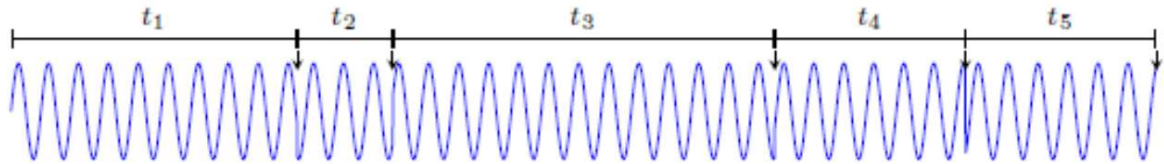


Figure 2.7 : Représentation schématique d'une onde lumineuse réelle sous forme de train d'ondes aléatoires.

$$A_1 = A_0 e^{-i(\omega t - k r_1 - \varphi_1)}$$

$$A_2 = A_0 e^{-i(\omega t - k r_2 - \varphi_2)}$$

$$I = \langle A_{tot} \cdot A_{tot}^* \rangle = 2I_0 [1 + \langle \cos(k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)) \rangle]$$

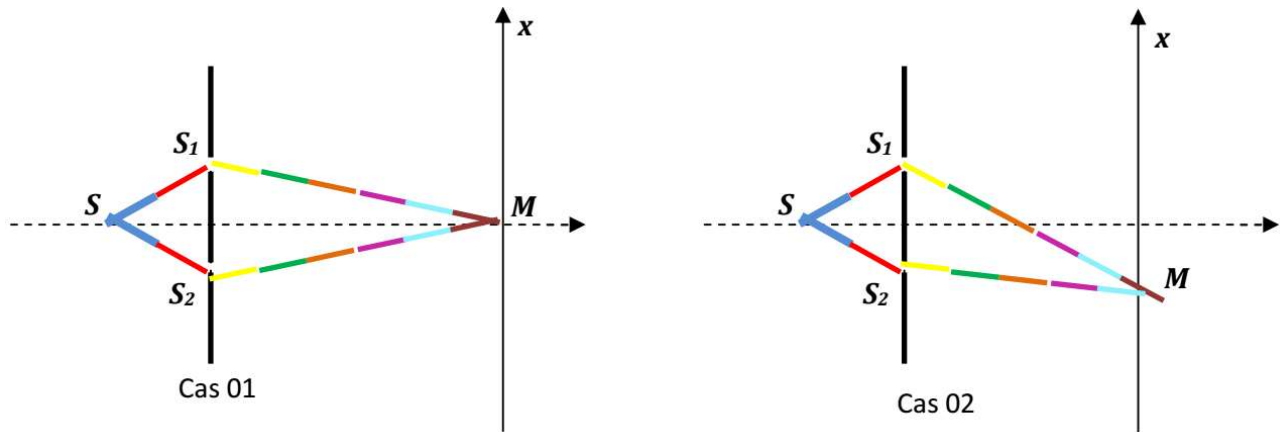


Figure 2.8 : Expérience de fente de Young pour une source quasi monochromatique, les différentes couleurs

On a ici deux cas de figure.

Cas 01

Si $\varphi_1 = \varphi_2$ on se retrouve dans le cas précédent, interférences à deux ondes :

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(k \frac{\delta}{2} \right)$$

Cas 02

Si $\varphi_1 \neq \varphi_2$

La moyenne d'une variable est nulle.

$$\langle \cos(k(r_2 - r_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)) \rangle = 0$$

$$I = \langle A_{to} \cdot A_{tot}^* \rangle = 2I_0$$

Au fur et à mesure que la différence de marche augmente, le contraste entre les franges diminue comme on peut le voir sur la Figure ci-dessous. Au-delà d'une certaine différence de marche dépendant de la source, il n'y a plus d'interférence ! Les intensités s'ajoutent simplement.

Afin de mieux comprendre le deuxième cas, il est utile de définir le contraste.

Le contraste (ou visibilité) des franges d'interférences traduit la netteté ou la différence d'intensité entre les franges brillantes et sombres. Il permet d'évaluer la qualité des interférences obtenues.

Il est défini par la relation :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

I_{max} : l'intensité de la frange brillante.

I_{min} : l'intensité de la frange sombre.

- Si $C=1 \rightarrow$ les franges sont parfaitement contrastées (interférences totales).
- Si $C=0 \rightarrow$ il n'y a aucun contraste, donc pas d'interférences visibles.

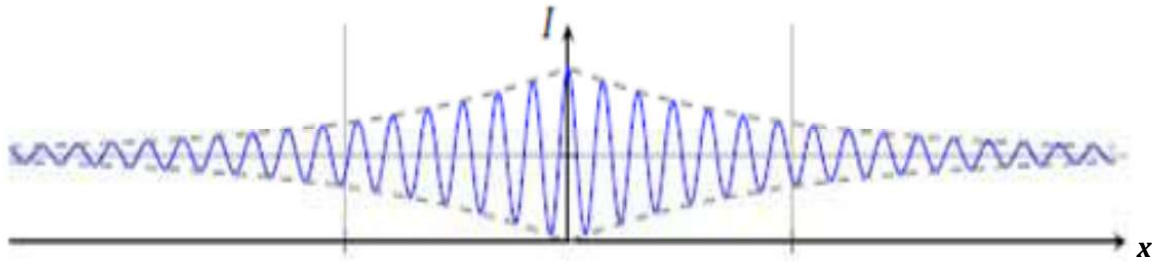


Figure 2.9 : Intensités des interférences en fonction de x

3-2 Cohérence spatiale

De plus que les sources de lumière ne sont jamais strictement monochromatiques, elles ne sont pas **ponctuelles** ; chaque source possède des dimensions et donne un système de franges et l'intensité totale est obtenue en sommant les contributions de chaque point. Le degré de cohérence va de fait dépendre de la corrélation entre des ondes spatialement distinctes. On parle alors de **cohérence spatiale**.

La question est comment l'étendue de la source peut-elle dégrader les interférences ?

Mais avant on va traiter le cas de deux sources placées en avant des fentes de Young.

On rappelle que dans le cas placée en avant des fentes de Young l'intensité obtenue est :

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(k \frac{\delta}{2} \right)$$

Dans ce cas chaque source va donner des interférences avec une intensité donnée

$$\text{S1: } I_1 = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta + \delta_1) \right)$$

$$\text{S2: } I_2 = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta + \delta_2) \right)$$

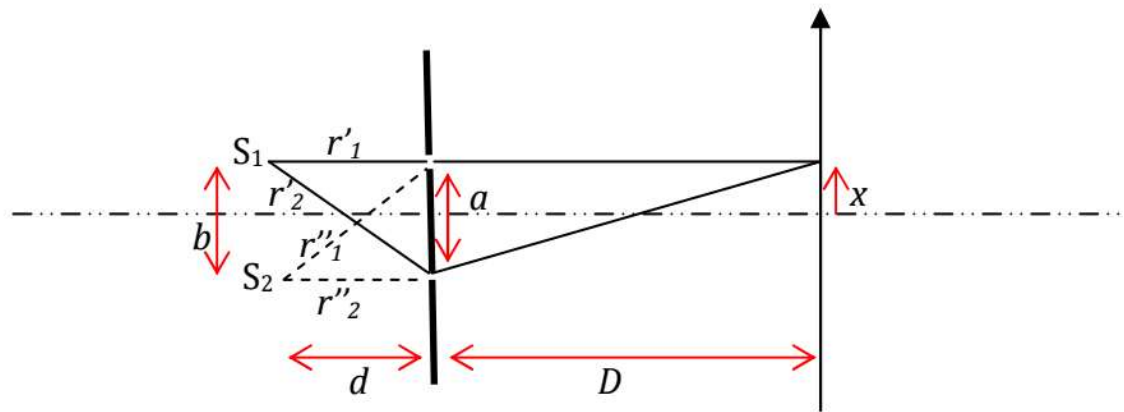


Figure 2.10 : Expérience des fentes de Young avec deux source en Avant

δ_1 : différences de marche entre les deux rayons issus de la source S_1 en avant des fentes de Young

δ_2 : différences de marche entre les deux rayons issus de la source S_2 en avant des fentes de Young

Pour trouver δ_1 et δ_2 on s'inspire de la section figure d'interférences :

$$\delta_1 = r'_1 - r'_2 = \frac{ab}{2d} = \delta'$$

$$\delta_2 = r''_1 - r''_2 = -\frac{ab}{2d} = -\delta'$$

$$S_1: I_1 = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta + \delta') \right)$$

$$S_2: I_2 = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta - \delta') \right)$$

$$I_{tot} = I_1 + I_2 = 4I_0 \left\{ \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta + \delta') \right) + \cos^2 \left(\frac{k}{2} (\delta - \delta') \right) \right\}$$

Rappel:

$$\cos x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left(\frac{a+b}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{a-b}{2} \right)$$

$$I_{tot} = I_1 + I_2 = 2I_0 \{2 + 2\cos(k\delta)\cos(k\delta')\}$$

$$I_{tot} = 4I_0 \{1 + \cos(k\delta)\cos(k\delta')\}$$

$$I_{tot} = 4I_0 \left\{ 1 + \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \cos\left(k\frac{ab}{2d}\right) \right\}$$

Si $b=0$

$$I_{tot} = 4I_0 \left\{ 1 + \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \right\}$$

On se trouve dans le cas de deux sources l'une sur l'autre

Si $k\frac{ab}{2d} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I_{tot} = 4I_0$

Dans ce cas chaque source donne un système de franges, par contre les franges brillantes de S_1 sont superposées avec les franges sombres de S_2 et vice versa ; on appelle ce phénomène le brouillage.

Cas d'une source étendue

$$I_{tot} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} 2I_0 \left\{ 1 + \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \cos\left(k\frac{ay}{2d}\right) \right\} dy$$

Le facteur 4 devient 2 puisqu'on a une seule source mais étendue et la dimension b devient y qu'on va intégrer par rapport à elle :

$$I_{tot} = 2I_0 \left[y + \frac{2d}{ka} \sin\left(k\frac{ay}{2d}\right) \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}$$

$$I_{tot} = 2I_0 \left[b + \frac{2d}{ka} \sin\left(k\frac{ab}{2d}\right) \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \right]$$

On fait sortir le b comme facteur

$$I_{tot} = 2I_0 b \left[1 + \frac{2d}{kab} \sin\left(k\frac{ab}{2d}\right) \cos\left(k\frac{kax}{D}\right) \right]$$

$$I_{tot} = 2I_0b \left[1 + \sin_c \left(k \frac{ab}{2d} \right) \cos \left(k \frac{kax}{D} \right) \right]$$

Rappel:

Le sinus cardinal $\sin_c x = \frac{\sin x}{x}$

4-Interférences à N ondes

Rappel théorème de Malus

Le théorème de Malus est utilisé pour calculer la différence de marche entre deux rayons lumineux. Le schéma ci-contre représente des fentes de Young :

$$\begin{aligned} \delta &= S_2P - S_1P \\ S_1P &= HP \\ \delta &= S_2H = a \sin \theta \end{aligned}$$

$\delta = a \sin \theta$ Théorème de Malus

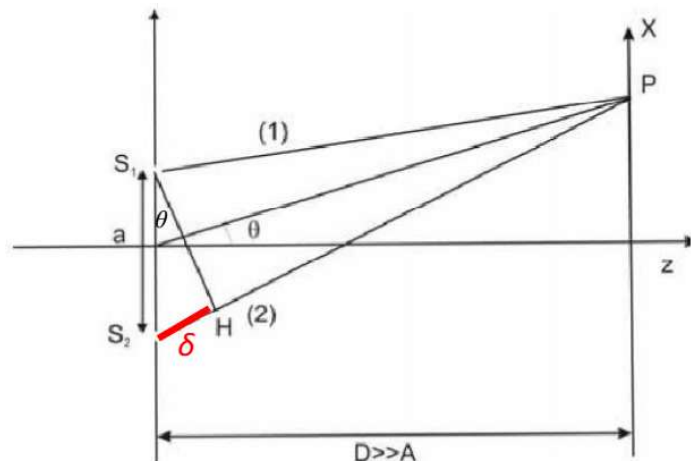


Figure 2.11: Dispositif des fentes de Young illustrant la différence de marche selon le théorème de Malus

4-1 Interférence à N ondes par le réseau de diffraction

De façon générale, un réseau de diffraction est une structure formée d'un ensemble régulier de motifs diffractants identiques. Chaque motif diffuse la lumière incidente dans plusieurs directions, et les faisceaux diffractés se superposent pour interférer entre eux dans une même direction donnée.

Bien qu'il existe une grande variété de réseaux selon leur forme (plane ou concave), leur type (rectiligne ou circulaire) et leur mode de fonctionnement (en transmission ou en

réflexion), l'étude du réseau plan rectiligne en transmission permet de mettre en évidence les principales propriétés physiques des réseaux de diffraction.

Considérons le dispositif ci-dessous. Un écran percé de N fentes est éclairé par une source ponctuelle et monochromatique S : ce schéma est similaire à celui des fentes de Young mais de N fentes a été ajoutées. **Quelle est la figure observée sur l'écran ?**

La caractéristique essentielle d'un réseau de diffraction est son pas " a " qui représente la distance séparant deux motifs diffractant consécutifs. En général, le fournisseur indique la densité de traits.

$$N = \frac{1}{a} \text{ Nombre de traits par millimètre}$$

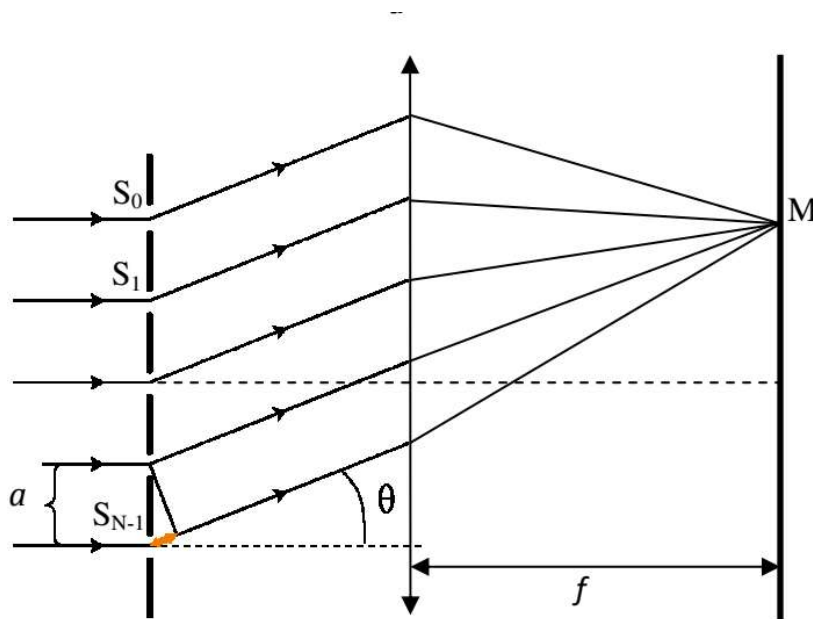


Figure 2.12: Réseau de diffraction pour interférence à N onde avec lentille convergente

On ajoute une lentille pour faire converger les rayons parallèles. Ici la distance focale f remplace la distance D .

On veut calculer l'intensité de N ondes au point M

A_0 l'amplitude en M issue de S_0

A_1 l'amplitude en M issue de S_1

A_p l'amplitude en M issue de S_p

A_{N-1} l'amplitude en M issue de S_{N-1}

Pour la différence de marche (déphasage) on utilise le théorème de Malus

$$A_1 = A_0 e^{ik\delta}$$

$$A_2 = A_1 e^{ik\delta} = A_0 e^{2ik\delta}$$

$$A_3 = A_2 e^{ik\delta} = A_0 e^{2ik\delta} e^{ik\delta} = A_0 e^{3ik\delta}$$

$$A_p = A_0 e^{ik\delta p} = A_0 (e^{ik\delta})^p$$

$$A_{N-1} = A_0 (e^{ik\delta})^{N-1}$$

$$A_{tot} = A_0 + A_1 + \dots + A_p + \dots + A_{N-1}$$

$$A_{tot} = \sum_{p=0}^{N-1} A_p = \sum_{p=0}^{N-1} A_0 e^{ik\delta p} = A_0 \sum_{p=0}^{N-1} (e^{ik\delta})^p$$

Suite géométrique, La raison de cette suite est donc :

$$e^{ik\delta} = x$$

$$S = 1 + x + x^2 + \dots + x^{N-1} \quad (1)$$

$$x \times S = x + x^2 + \dots + x^N \quad (2)$$

$$xS - S = 1 - x^N$$

$$S = \frac{1 - x^N}{1 - x}$$

$$A_{tot} = A_0 \frac{1 - e^{ik\delta N}}{1 - e^{ik\delta}}$$

$$I = A_{tot} \cdot A_{tot}^*$$

$$I = A_0^2 \frac{1 - e^{ik\delta N}}{1 - e^{ik\delta}} \times \frac{1 - e^{-ik\delta N}}{1 - e^{-ik\delta}} = \frac{2 - (e^{ik\delta N} + e^{-ik\delta N})}{2 - (e^{ik\delta} + e^{-ik\delta})}$$

$$I = I_0 \frac{2 - 2\cos(Nk\delta)}{2 - 2\cos(k\delta)}$$

Rappel

$$1 - \cos(Nk\delta) = 2\sin^2\left(\frac{Nk\delta}{2}\right)$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{Nk\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}\right)}$$

$$\sin \theta = \theta = \frac{x}{f}$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\pi ax}{\lambda f}\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi ax}{\lambda f}\right)}$$

Distance entre deux raies M

La première raie est à $x_0=0$ (le dénominateur est nul) la deuxième est à

$$\frac{\pi ax_1}{\lambda f} = \pi \Rightarrow x_1 = \frac{\lambda f}{a}$$

La largeur du Pic, le numérateur est nul

$$\frac{N\pi ax}{\lambda f} = \pi \Rightarrow x = \frac{\lambda f}{Na}$$

$$x_l = \frac{2\lambda f}{Na}$$

Résolution d'un réseau

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\lambda_1 f}{a} \\ x_2 = \frac{\lambda_2 f}{a} \end{cases} \Rightarrow \delta_x = \frac{\delta \lambda f}{a}$$

$$\delta_x > x_l \Rightarrow \frac{\delta \lambda f}{a} > \frac{\lambda f}{Na} \Rightarrow N > \frac{\delta \lambda}{\lambda}$$

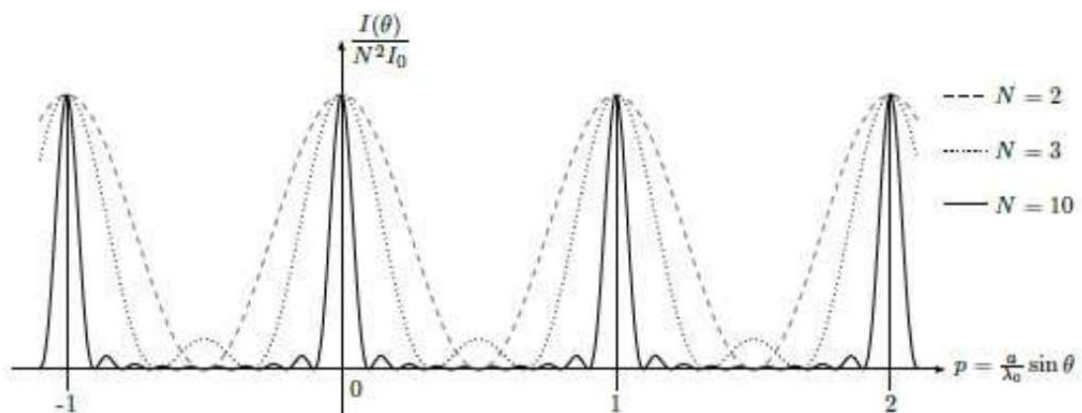


Figure 2.13: Figure illustrant le changement de l'épaisseur du Pic en changeant N

La figure représente l'évolution du profil d'intensité $\frac{I(\theta)}{N^2 I_0}$ en fonction de la variable

$$p = \frac{a}{\lambda_0} \sin \theta, \text{ pour différents nombres d'interférences } N=2,3,10.$$

On remarque que plus le nombre de fentes N du réseau augmente, plus Les pics principaux (ou maxima d'interférences constructives) deviennent plus étroits et plus intenses. Autrement dit, l'élargissement angulaire des pics diminue lorsque N augmente : le pouvoir de résolution du réseau s'améliore. Ainsi, un réseau comportant un grand nombre de traits permet de séparer plus finement les différentes longueurs d'onde, ce qui est fondamental dans les applications spectroscopiques.

4-2 Anneaux d'interférences : interférences à N ondes (utilisation de la cavité Fabry-Pérot)

Description

Une cavité de Fabry-Pérot est constituée de deux lames de verre planes et parallèles, séparées par une couche d'air d'épaisseur e . Les surfaces internes de ces lames sont traitées pour être hautement réfléchissantes, soit par métallisation, soit par dépôt de couches diélectriques multiples. Ce traitement permet d'obtenir un coefficient de réflexion énergétique généralement supérieur à 90 %.

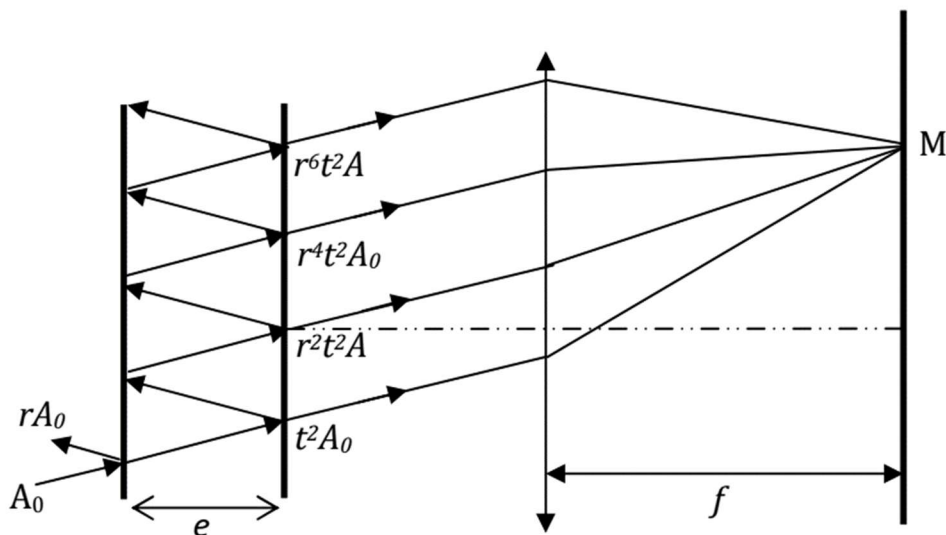


Figure 2.14: Cavité Fabry-Pérot avec lentille convergente

La différence de marche entre A_1 et A_2 est :

$$\delta = 2l - d$$

$$l = \frac{e}{\cos \theta}$$

$$d = \sin \theta (2e \tan \theta)$$

$$\delta = \frac{2e}{\cos \theta} - 2e \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{2e}{\cos \theta} (1 - \sin^2 \theta) = \frac{2e}{\cos \theta} \cos^2 \theta = 2e \cos \theta$$

A_1 l'amplitude de l'onde en M qui a été **transmise deux fois**

A_2 l'amplitude de l'onde en M qui a été **transmise deux fois** et **réfléchi** deux fois

A_3 l'amplitude de l'onde en M qui a été **transmise deux fois** et **réfléchi** quatre fois

$$A_1 = t^2 A_0$$

$$A_2 = A_1 r^2 e^{ik\delta}$$

$$A_3 = A_2 r^2 e^{ik\delta} = A_1 r^4 e^{2ik\delta}$$

$$A_4 = A_3 r^2 e^{ik\delta} = A_2 r^4 e^{2ik\delta} = A_1 r^6 e^{3ik\delta}$$

$$A_{tot} = A_1 (1 + r^2 e^{ik\delta} + r^4 e^{2ik\delta} + r^6 e^{3ik\delta} + \dots)$$

$$A_{tot} = A_1 (1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots) \quad \text{avec } \alpha = r^2 e^{ik\delta} \quad \text{et } N \rightarrow \infty$$

$$\alpha A_{tot} = A_1 (\alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \dots)$$

$$A_{tot} - \alpha A_{tot} = A_1 \Rightarrow A_{tot} = \frac{A_1}{1 - \alpha} = \frac{A_1}{1 - r^2 e^{ik\delta}} = \frac{t^2 A_0}{1 - r^2 e^{ik\delta}}$$

Dans une lame réfléchissante

$$t^2 = T, \quad r^2 = R \quad \text{et } T + R = 1$$

$$I = A_{tot} \cdot A_{tot}^* = \frac{TA_0}{1 - r^2 e^{ik\delta}} \frac{TA_0}{1 - r^2 e^{-ik\delta}}$$

$$I = \frac{T^2 I_0}{1 - R^2 - 2R \cos(k\delta)} = \frac{T^2 I_0}{1 - R^2 - 2R + 2R - 2R \cos(k\delta)}$$

$$I = \frac{T^2 I_0}{(1 - R^2 - 2R) + 2R - 2R \cos(k\delta)} = \frac{T^2 I_0}{(1 - R)^2 + 2R - 2R \cos(k\delta)}$$

$$I = \frac{T^2 I_0}{(1 - R)^2 + 2R - 2R \cos(k\delta)} = \frac{T^2 I_0}{T^2 + 2R(1 - \cos(k\delta))}$$

Rappel

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right)$$

$$I = \frac{T^2 I_0}{T^2(1 + \frac{2R}{T^2}(1 - \cos(k\delta)))} = \frac{T^2 I_0}{T^2(1 + \frac{4R}{T^2} \sin^2(\frac{k\delta}{2}))}$$

$$I = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{T^2} \sin^2(\frac{k\delta}{2})}$$

$$\frac{4R}{T^2} = F \text{ la finesse}$$

$$I = \frac{I_0}{1 + F \sin^2(\frac{2\pi}{\lambda} e \cos \theta)}$$

Si on fixe $\theta=0$, $\cos \theta=1$

$$I = \frac{I_0}{1 + F \sin^2(\frac{2\pi}{\lambda} e)}$$

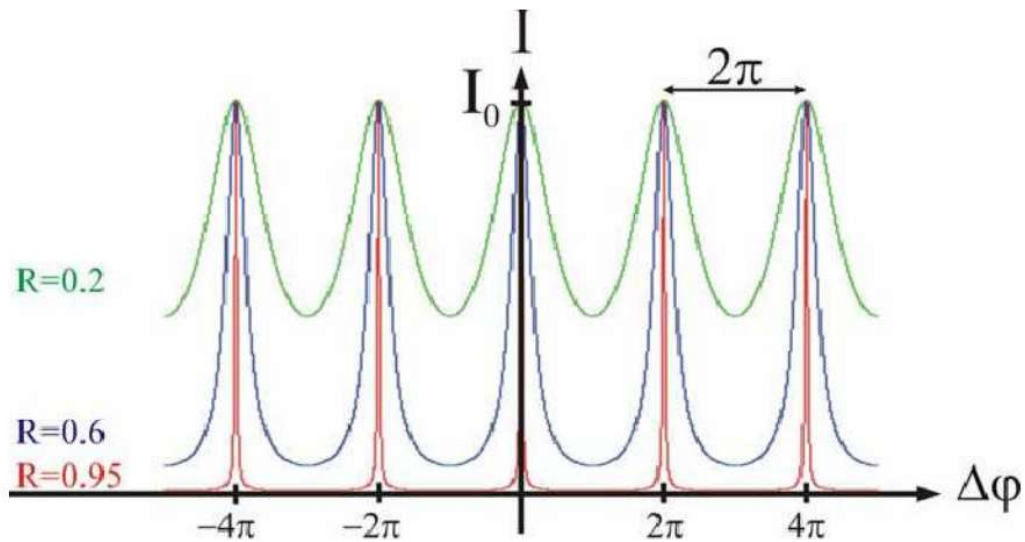


Figure 2.15 : Transmission de la cavité Fabry-Pérot en fonction du déphasage

La figure montre l'évolution de l'intensité transmise I_{II} en fonction du déphasage, pour différentes valeurs du coefficient de réflexion R des miroirs de la cavité.

On observe que :

- Lorsque R est faible (ex. $R=0.2$), les pics de transmission sont larges et peu marqués : la cavité laisse passer une large gamme de déphasages.
- À mesure que R augmente (ex. $R=0.6$ puis $R=0.95$), les pics deviennent plus étroits et plus intenses, tandis que les zones de faible transmission s'élargissent.

Cette évolution traduit l'augmentation de la finesse de la cavité : une réflexion plus élevée entraîne une meilleure sélectivité en fréquence, ce qui permet à la cavité Fabry-Pérot de discriminer plus précisément les longueurs d'onde résonantes.

Exercices : Interférences

Exercice 01

Deux sources lumineuses ont une intensité lumineuse maximale égale à I_0 . Quelle est l'intensité résultante en un point où les deux ondes lumineuses présentent une différence de phase de $\pi/3$?

Exercice 02

La longueur d'onde d'une source lumineuse est de 450 nm. Quelle sera la différence de phase pour différence de marche de 3 mm ?

Exercice 03

On réalise un dispositif de deux fentes de Young dans lequel $a = S_1S_2 = 0,5 \text{ mm}$; la distance entre les fentes et l'écran d'observation est $D = 1 \text{ m}$.

1. Expliquer la formation des franges brillantes et des franges obscures sur l'écran.
2. La source émet une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 625 \text{ nm}$. En un point M de l'écran tel que $x = 5 \text{ mm}$.
 - Les interférences sont-elles constructives ou destructives en ce point ? Justifier.
3. La source émet maintenant une lumière bi chromatique de longueur d'onde respective $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 625 \text{ nm}$.
A quelle distance minimale du centre de l'écran retrouve-t-on à nouveau l'aspect observé au point O ?

Exercice 04

Deux fentes fines parallèles S_1 et S_2 distantes de a constituent deux sources de lumière monochromatiques, synchrones et cohérentes. On observe le phénomène sur un écran E parallèle au plan contenant les deux fentes et situé à la distance D de ce plan. La source lumineuse S est sur la médiatrice de $[S_1S_2]$. Cette médiatrice coupe l'écran (E) en un point O.

1. La longueur d'onde de la lumière monochromatique émise par les sources est λ_0 . On constate que la distance qui sépare le milieu de la 6^{ième} frange claire située en haut de la frange centrale et le milieu de la 7^{ième} frange sombre située en bas de la frange centrale est $d = 11,25 \text{ mm}$.

1.a calculer l'interfrange sachant que $a = 1 \text{ mm}$ et $D = 1,5 \text{ m}$.

1.b En déduire la valeur λ_0 de la lumière monochromatique émise par les sources puis préciser sa couleur.

2. On utilise maintenant une radiation dont la longueur d'onde $\lambda = 650 \text{ nm}$, $D=2\text{m}$ et $a = 1\text{mm}$, S se trouve à la distance $d = 10 \text{ cm}$ de I. On déplace S verticalement de $y = 1 \text{ cm}$ du côté de S1. La nouvelle différence de marche s'écrit : $\delta' = \frac{ax}{D} + \frac{ay}{d}$.

-Dire dans quel sens se déplace le centre de la frange centrale (du côté de S₁ ou du côté de S₂) et calculer le déplacement.

Rappel : la frange centrale est équivalente à une différence de marche nulle.

Solutions

Exercice 01

L'intensité résultante pour deux source est, $I = 4I_0 \cos^2(\phi/2)$

Intensité résultante lorsque, $\phi = \pi/3$, est

$$I = 4I_0 \cos^2(\pi/6)$$

$$I = 4I_0 (\sqrt{3}/2)^2 = 3I_0$$

Exercice 02

La longueur d'onde est $\lambda = 450 \text{ nm} = 450 \times 10^{-9} \text{ m}$

La différence de marche est $\delta = 3 \text{ mm} = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$

La relation entre la différence de phase et la différence de marche est, $\phi = k \cdot \delta = 2\pi/\lambda \cdot \delta$

Application numérique

$$\phi = [2\pi / 450 \times 10^{-9}] \times 3 \times 10^{-3} = (\pi/75) \times 10^6$$

$$\phi = (\pi/75) \cdot 10^6 \text{ rad}$$

Exercice 03

1-On rappelle que l'intensité issue de deux source est

$$I = 4I_0 \cos^2\left(k \frac{\delta}{2}\right)$$

Le cos peut prendre plusieurs valeurs entre 0 (frange obscure) et 1 (frange brillante)

Si les deux radiations issues de S_1 et S_2 arrivent en phase en un point de l'écran, on obtient une interférence constructive et la frange sera brillante. Par contre si les deux radiations issues de S_1 et S_2 arrivent en opposition de phase en un point de l'écran, on obtient une interférence destructive et la frange sera obscure.

La question qu'on se pose : où se trouve les régions brillantes ?

$$\cos^2\left(k \frac{\delta}{2}\right) = 1$$

$$\cos^2 = 1 \implies k \frac{(r_2 - r_1)}{2} = n\pi \Rightarrow r_2 - r_1 = n\lambda \text{ (Constructive)}$$

$$\cos^2 = 0 \implies k \frac{(r_2 - r_1)}{2} = \frac{(2n+1)\pi}{2} \Rightarrow r_1 = (2n+1)\lambda/2 \text{ (Destructive)}$$

2- Si $\frac{r_2 - r_1}{\lambda} = \frac{\delta}{\lambda}$ si entier interférences constructives sinon destructives

D'abord on calcule la différence de marche $\delta = \frac{ax}{D} = 2,5 \mu m$

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{2,5 \times 10^{-6}}{625 \times 10^{-9}} = 4 \text{ Donc la frange est brillante (interférences constructives)}$$

3-

$$\text{Coïncidence de deux franges brillantes, on a } x_1 = x_2 \Rightarrow n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{625}{500} = \frac{5}{4}$$

Première coïncidence cinquième frange brillante de la radiation de longueur d'onde λ_1 et la quatrième frange brillante de la radiation de longueur d'onde λ_2 .

Exercice 04

1-a) calcul de l'interfrange
 $d = 12,5 i \Rightarrow i = 0,9 \text{ mm}$

1-b) La valeur de λ_0
 $\lambda_0 = ai/D = 0,6 \text{ mm} = 600 \text{ nm}$

2) Le sens de déplacement de la frange centrale

la frange centrale est équivalente à une différence de marche nulle .

$$\delta' = \frac{ax_{o'}}{D} + \frac{ay}{d} = 0$$

$$x_{o'} = -yD/d = -0,2 \text{ m}$$

Donc la frange centrale se déplace du côté de S_2 d'une distance de 0,2 m

Diffraction

Principe d'Huyghens -Fresnel

Classification des phénomènes de diffraction

Calcul de l'amplitude diffractée

Diffraction par une ouverture rectangulaire

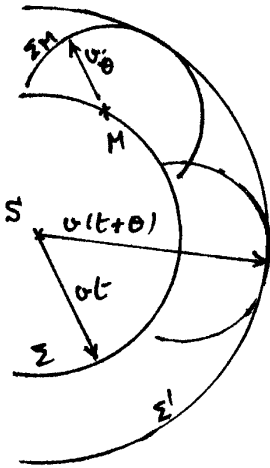
Diffraction par une fente

Diffraction par une ouverture circulaire

1- Définition

Le phénomène de diffraction s'observe quand la lumière (ou plus généralement toute onde) rencontre sur son chemin un obstacle d'une dimension de l'ordre de grandeur de sa longueur d'onde. Elle se traduit par l'apparition de franges dans les régions des ombres géométriques.

2- Principe d'Huyghens -Fresnel:



Si S une source ponctuelle, les surfaces d'onde sont des sphères concentriques de centre S . Chaque point M d'une surface d'onde Σ atteint à l'instant t par la lumière se comporte comme une source lumineuse secondaire ponctuelle, émettant des ondelettes sphériques telles que Σ_M , de rayon $v\theta$ au temps $t+\theta$. A cet instant, la surface Σ' , de rayon $v(t+\theta)$, enveloppe toutes ces ondelettes & constitue une autre surface d'onde, expliquant ainsi le processus de propagation de la lumière de proche en proche. En ajoutant l'hypothèse que les ondelettes interfèrent, on obtient le Principe d'Huyghens-Fresnel qui s'énonce :

- La lumière se propage de proche en proche; chaque point M du diaphragme atteint par la vibration $\underline{a}$ réémet une vibration identique (en fait, il y a une avance de phase de $\pi/2$) ;
- L'amplitude $d^2\underline{a}$ de la vibration émise par un élément d^2S de diaphragme est proportionnelle à d^2S ;
- Les amplitudes élémentaires $d^2\underline{a}$ interfèrent.

Les problèmes de diffraction sont alors ramenés à des problèmes d'interférence.

3- Classification des phénomènes de diffraction

On distingue deux méthodes expérimentales d'obtention des phénomènes de diffraction :

3-1 Diffraction de Fresnel :

La source de lumière et l'écran d'observation sont placés à distance finie par rapport à (D) (Fig.ci dessous). Les ondes incidentes et diffractées sont donc sphériques.

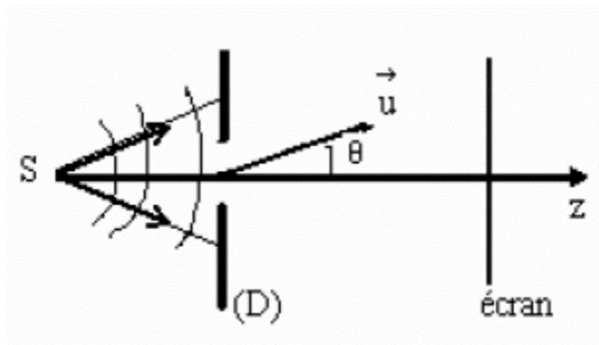


Figure 3.1: Diffraction de Fresnel

Où (D) est une pupille plane (trou, fente...)

3-2-Diffraction de Fraunhofer

Dans ce cas, la source et l'écran d'observation sont à placés à l'infini par rapport à (D) (Fig ci dessous). Les ondes incidentes et diffractées sont donc planes.

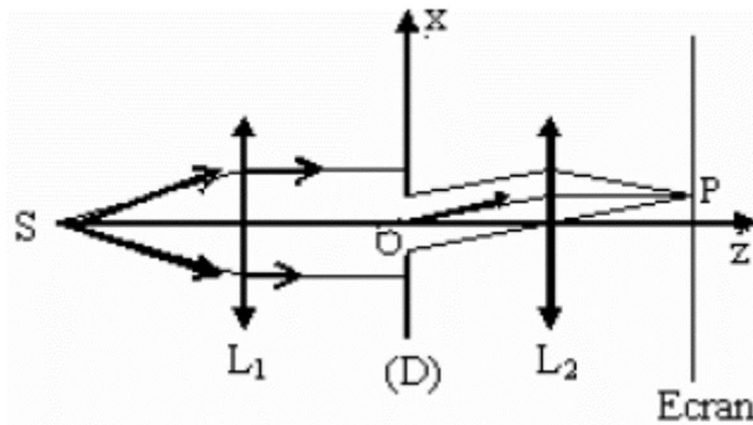


Figure 3.2: Diffraction de Fraunhofer

On ne considérera dans ce cours que la **Diffraction de Fraunhofer**, facile à interpréter par le principe de Huyghens-Fresnel, l'**onde plane incidente est normale à (D)**.

4-Calcul de l'amplitude diffractée – Intensité par l'approximation de Fraunhofer

Considérons un élément de surface dS entourant un point M de (D) et soit P un point de l'écran d'observation.(Figure ci-dessous)

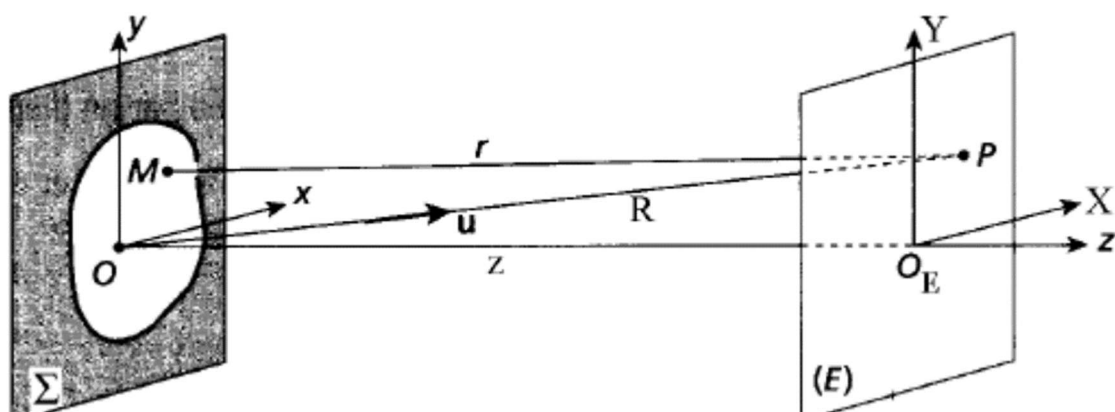


Figure 3.3: Dispositif de diffraction

$$\Delta A^2 - \frac{n^2 \omega^2}{c^2} A = 0$$

Où A désigne l'amplitude spatiale de l'onde lumineuse.

L'onde au point M satisfait l'intégral de Kirchhoff

$$A(p) = -\frac{i}{\lambda} \iint \frac{A(M) e^{ikr}}{r} ds$$

$$A(x, y) = -\frac{i}{\lambda} \iint \frac{A(X, Y) e^{ikr}}{r} dX. dY$$

La distance entre notre surface et l'écran est d

Les coordonnées des points M et P sont en prenons comme O origine

$$M \begin{pmatrix} X \\ Y \\ 0 \end{pmatrix}, P \begin{pmatrix} x \\ y \\ d \end{pmatrix}$$

$$r^2 = (X - x)^2 + (Y - y)^2 + d^2$$

$$r = d \left\{ 1 + \left(\frac{X - x}{d} \right)^2 + \left(\frac{Y - y}{d} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$d \gg x$ et $d \gg X$

$$r = d \left\{ 1 + \frac{(X - x)^2}{2d^2} + \frac{(Y - y)^2}{2d^2} \right\}$$

Dans l'approximation de **Fraunhofer** l'onde est plane :

$$A(X, Y) = A_0$$

On peut prendre aussi dans le dénominateur $r \approx d$

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} \iint \exp \left\{ \frac{2i\pi d}{\lambda} \left(1 + \frac{(X - x)^2}{2d^2} + \frac{(Y - y)^2}{2d^2} \right) \right\} dX. dY$$

dans beaucoup de situations

$$x \gg X \text{ et } y \gg Y$$

$$1 + \frac{(X-x)^2}{2d^2} + \frac{(Y-y)^2}{2d^2} = 1 + \frac{x^2}{2d^2} + \frac{X^2}{2d^2} - \frac{xX}{d^2} + \frac{y^2}{2d^2} + \frac{Y^2}{2d^2} - \frac{yY}{d^2}$$

Les termes en rouge peuvent être négligés

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} \iint \exp \left\{ \frac{2i\pi d}{\lambda} \left(1 + \frac{x^2}{2d^2} - \frac{xX}{d^2} + \frac{y^2}{2d^2} - \frac{yY}{d^2} \right) \right\} dX. dY$$

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} \iint \exp \left\{ \frac{2i\pi d}{\lambda} \left(1 + \frac{x^2}{2d^2} + \frac{y^2}{2d^2} \right) \right\} \exp \left\{ \frac{-2i\pi d}{\lambda} \left(\frac{xX}{d^2} + \frac{yY}{d^2} \right) \right\} dX. dY$$

La partie en rouge ne dépend pas des variables X et Y et donc on peut la faire sortir de l'intégral et on va l'appeler [e]

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} [e] \iint \exp \left\{ \frac{-2i\pi d}{\lambda} \left(\frac{xX}{d^2} + \frac{yY}{d^2} \right) \right\} dX. dY$$

5-Diffraction par une ouverture rectangulaire

Considérons une ouverture (D) rectangulaire de largeur a et de longueur b (Figure ci-dessous)

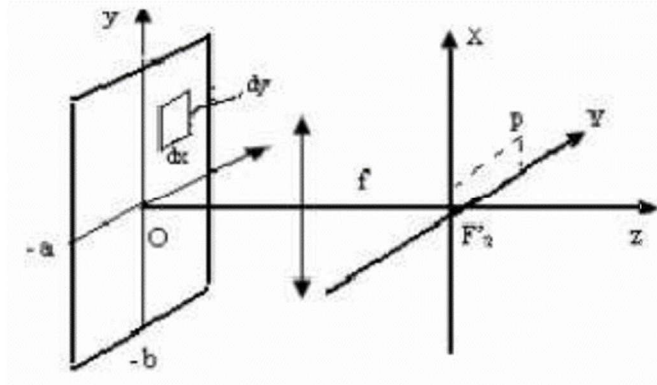


Figure 3.4: Dispositif de diffraction avec ouverture rectangulaire

Pour la suite on prendra :

$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$$

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} [e] \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp \left\{ \frac{-2i\pi d}{\lambda} \left(\frac{\alpha X}{d^2} + \frac{\beta Y}{d^2} \right) \right\} dX. dY$$

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} [e] \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp \left(\frac{-2i\pi \alpha}{\lambda d} X \right) dX. \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp \left(\frac{-2i\pi \beta}{\lambda d} Y \right) dY$$

$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp \frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} X dX = \frac{-\lambda d}{2i\pi\alpha} \left[\exp \left(\frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} X \right) \right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}$$

$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp \frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} X dX = \frac{-\lambda d}{2i\pi\alpha} \left(\exp \left(\frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} \frac{a}{2} \right) - \exp \left(\frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} \frac{-a}{2} \right) \right)$$

$$\int_{\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp \frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} X dX = \frac{-\lambda d}{2i\pi\alpha} \left(-2i \sin \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) \right) = \frac{\lambda d}{\pi\alpha} \sin \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right)$$

$$\frac{\lambda d}{\pi\alpha} \sin \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) = a \left(\frac{\lambda d}{\pi\alpha a} \right) \sin \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) = a \sin_c \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right)$$

Le sinus cardinal $\sin_c(x) = \sin x / x$

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} [e] a \sin_c \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) \cdot b \sin_c \left(\frac{\pi\beta b}{\lambda d} \right)$$

$$I = \langle A \cdot A^* \rangle = \frac{A_0^2}{\lambda^2 d^2} a^2 b^2 \sin_c^2 \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi\beta b}{\lambda d} \right)$$

$$I = \langle A \cdot A^* \rangle = I_0 a^2 b^2 \sin_c^2 \left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi\beta b}{\lambda d} \right)$$

La figure ci-dessous donne l'allure de l'intensité en fonction de α . L'allure est tout à fait identique en fonction de β . Chaque sinus cardinal comporte un maximum principal et des maximums secondaires d'intensité très faible.

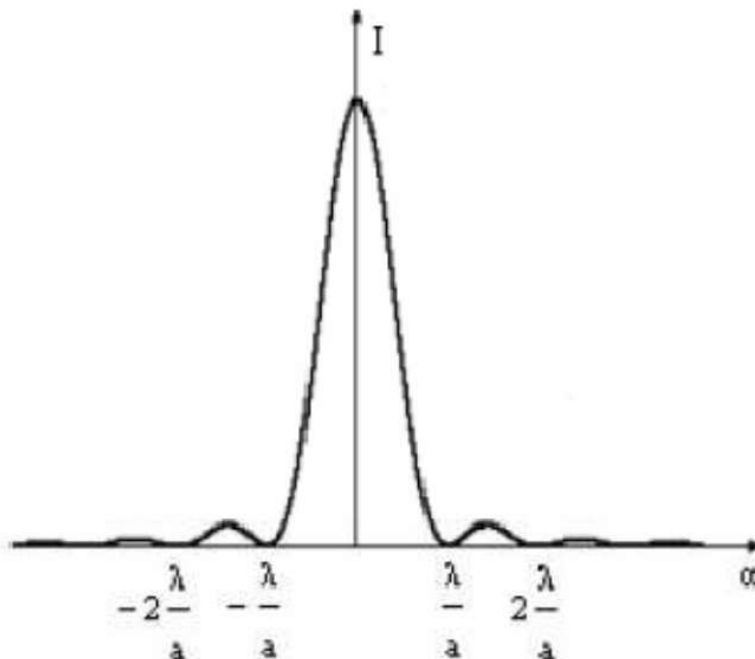


Figure 3.5: Allure de l'intensité en fonction de α pour ouverture rectangulaire

La figure ci-dessous représente une photo de la figure de diffraction. Elle est formée d'une **tâche centrale brillante** et large encadrée de tâches secondaires faibles

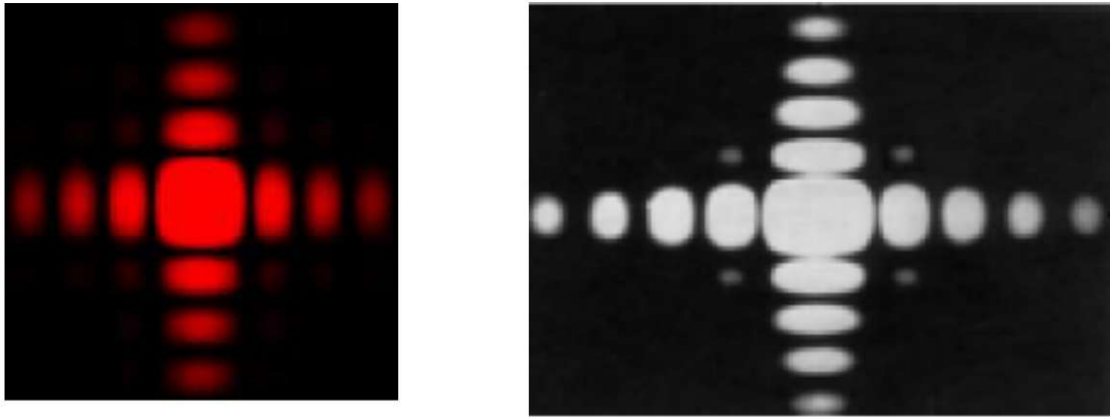


Figure 3.6: Figure de diffraction obtenue à travers une ouverture rectangulaire.

6-Diffraction par une fente

Une fente est une ouverture rectangulaire dont la longueur ***b*** devient très grande devant la largeur ***a***.

L'amplitude complexe de la vibration résultante diffractée par la fente est :

$$A(x, y) = -\frac{iA_0}{\lambda d} [e] \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \exp\left(\frac{-2i\pi\alpha}{\lambda d} X\right) dX \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-2i\pi\beta}{\lambda d} Y\right) dY$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-2i\pi\beta}{\lambda d} Y\right) dY = \delta(0) = 1 \text{ Fonction de Dirac}$$

$$I = I_0 a^2 \sin_c^2\left(\frac{\pi\alpha a}{\lambda d}\right)$$

La figure ci-dessous est une photo de la figure de diffraction obtenue avec une fente fine.

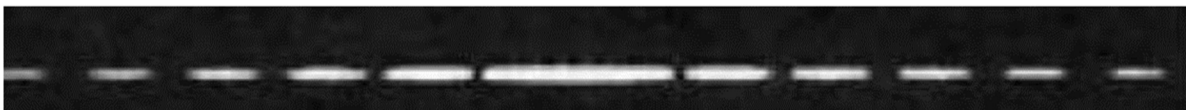


Figure 3.7: Figure de diffraction obtenue à travers une fente

Les franges de diffraction sont donc alignées le long de l'axe des X, avec une tâche centrale de largeur $\frac{2\lambda d}{a}$.

7-Diffraction par une ouverture circulaire

Dans le cas d'une pupille circulaire, le calcul qui repose sur les mêmes étapes que précédemment est plus difficile et ne sera pas détaillé ici. Seul le résultat est à retenir. La figure de diffraction, de symétrie circulaire, est appelée **Figure d'Airy** (ci-dessous). Pour une pupille de diamètre R . Les rayons des trois premiers anneaux sombres sont donnés par :

$$R_1 = 1,22 \frac{\lambda d}{2R} \text{ Tache centrale}$$

$$R_2 = 2.23 \frac{\lambda d}{2R}$$

$$R_3 = 3.24 \frac{\lambda d}{2R}$$

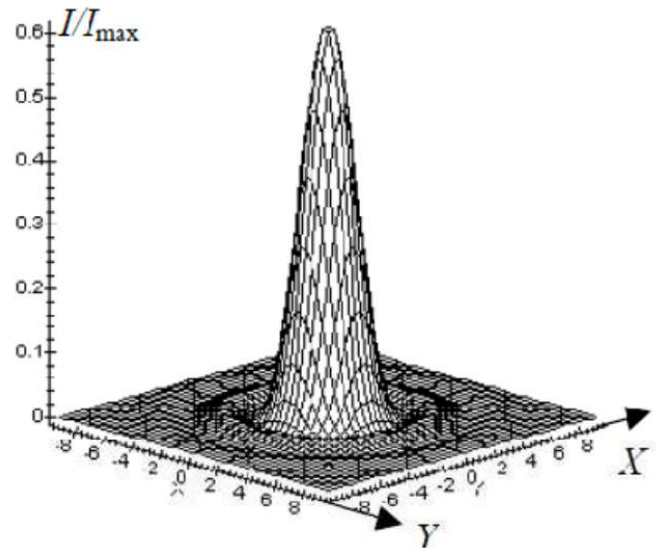
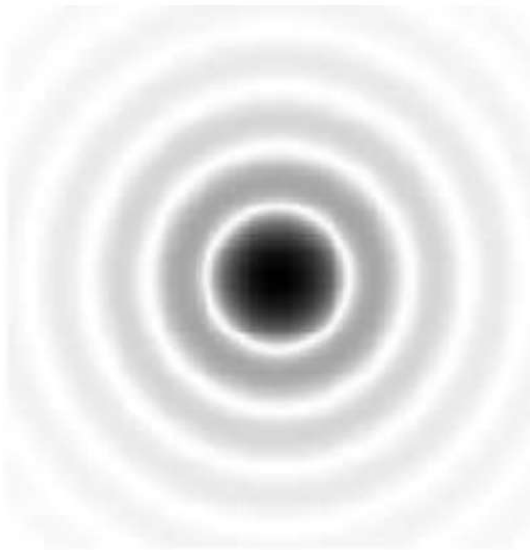


Figure 3.8: Figure de diffraction obtenue à travers une ouverture circulaire

Exercices :Diffraction

Exercice 01

On dispose d'un laser hélium-néon de longueur d'onde $\lambda=632,8$ nm et de puissance $P = 2,0$ mW. On interpose une fente fine verticale entre le laser et un écran E. Sur l'écran, on observe, dans la direction perpendiculaire à la fente, une tache lumineuse centrale de largeur d nettement supérieure à la largeur a de la fente, ainsi qu'une série de taches lumineuses plus petites de part et d'autre de la tache centrale. La distance entre la fente et l'écran est $D=1,60$ cm.

1-Donner l'expression de l'intensité I résultante sur l'écran (X,Y) .
2- Lors de deux expériences, on utilise une fente de largeur $a=0,04$ mm. on mesure pour la tache centrale : Quelle est sa taille ; $d_1=2,5$ cm ou $d_2=5,0$ cm, Justifier ?

3-On remplace la fente fine par un cheveu tendu verticalement sur un support. Pour la même distance D du fil à l'écran, on observe une figure analogue à celle obtenue avec la fente et on mesure $d=2,6$ cm pour la largeur de la tache centrale. Calculer son diamètre a .

4- On utilise maintenant un laser de même longueur d'onde $\lambda = 632,8$ nm mais de puissance $P = 1,0$ mW. Quelle est pour le cheveu, la largeur de la tache lumineuse centrale ?

Exercice 02

On dispose de 2 lasers: un laser rouge de longueur d'onde λ_1 et un laser violet de longueur d'onde λ_2 .

Devant une fente de largeur a . On observe sur un écran E placé à une distance D de la fente, une figure constituée de taches lumineuses.

1-Quel est le nom du phénomène observé, avec explication sachant que la source et l'écran sont supposés à l'infini ?

La lumière du laser rouge est diffractée par une fente de largeur a . On observe la figure de diffraction sur un écran situé à la distance D de la fente. La tache centrale a une largeur L_1 . On remplace le laser rouge par le laser violet. Dans les mêmes conditions expérimentales, la tache centrale de diffraction a une largeur L_2 . $\lambda_1 = 632$ nm ; $a = 100$ μm ; $L_1 = 6,83$ cm ; $L_2 = 4,38$ cm.

2-Déterminer la valeur de D .

3-En déduire λ_2

Un fil placé à la position exacte de la fente du dispositif précédent produit la même figure sur l'écran. Cette expérience pour mesurer le diamètre a du fil

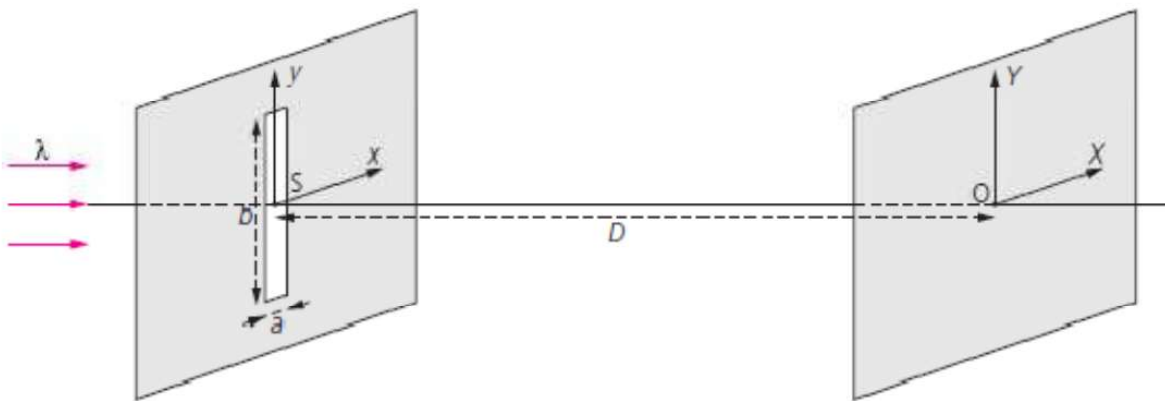
On utilise un laser ($\lambda = 670 \text{ nm}$), on obtient une tache centrale de largeur $L = 20 \text{ mm}$ lorsque l'écran est à $D = 1,5 \text{ m}$ du fil.

4-Calculer le diamètre du fil.

Exercice 03

On considère une fente rectangulaire de largeur $a = 0,1 \text{ mm}$ et de longueur $b \gg a$ contenue dans le plan $(S; x, y)$. La fente est éclairée sous incidence normale par un faisceau parallèle de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 600 \text{ nm}$. La figure de diffraction est observée sur un écran $(O; X, Y)$ placé à $D = 1 \text{ m}$ de la fente.

1. Donner l'éclairement $I(X, Y)$ sur l'écran.
2. Donner les positions des 3 premiers maxima et des 3 premiers minima.
3. Donner l'expression de l'éclairement si la fente est modifiée de telle façon que $a=b=0,1 \text{ mm}$.



Solutions

Exercice 01

1)

$$I = I_0 a^2 \sin_c^2 \left(\frac{\pi X a}{\lambda D} \right)$$

2)

La taille de la tache centrale est égale à $2X=L$

La première position où s'annule le $\sin_c$

$$\frac{\pi X a}{\lambda D} = \pi \Rightarrow X = \frac{\lambda D}{a}$$

La taille de la tache centrale est égale à $L = \frac{2\lambda D}{a} = 5\text{cm}$

Remarque

$L \cdot a = 2\lambda D = 2\text{mm}^2$ **constante** pour λ et D fixés (si on change pas λ et D)

3)

Avec le cheveu la taille de la tache centrale $L = 2,6\text{ cm}$

Ici le diamètre du cheveu remplace la fente

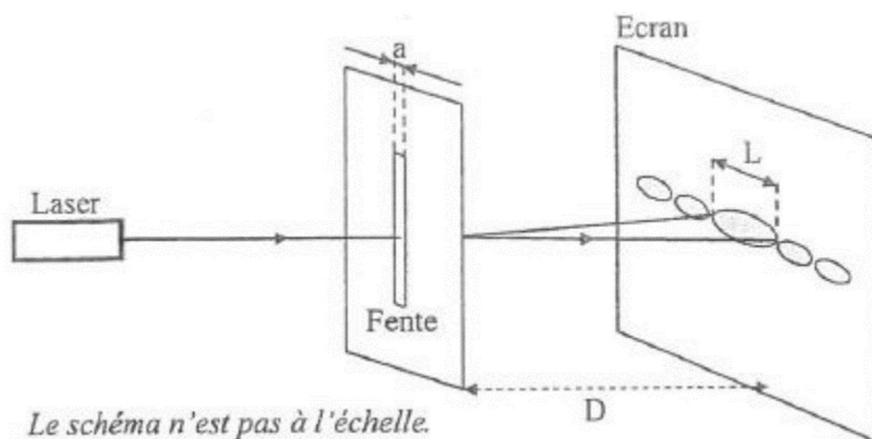
Puisqu'on a pas changé λ et D

$$L \cdot a = 2\text{ mm}^2 \quad a = 2/26 = 0,077\text{ mm} = 77\text{ }\mu\text{m}$$

4)

si la puissance du laser diminue, (les autres paramètres étant inchangés) la tache de diffraction sera moins lumineuse mais gardera la même largeur $2,6\text{ cm}$.

Exercice 02



1)

Diffraction de Fraunhofer

Dans ce cas, la source et l'écran d'observation sont à placés à l'infini par rapport à (D) .
Les ondes incidentes et diffractées sont donc planes.

$$2) L_1 = 2 \frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow D = \frac{L_1 a}{2\lambda_1} = 5,4 \text{ m}$$

3-En déduire λ_2

$$\lambda_2 = \frac{L_2 a}{2D} = 405,3 \text{ nm}$$

4) le diamètre du fil

$$a = 2 \frac{\lambda D}{L} = 2 \frac{670 \cdot 10^{-9} \cdot 1,5}{20 \cdot 10^{-3}} = 100,5 \mu\text{m}$$

Exercice 3

1-

$$I = I_0 a^2 \sin_c^2 \left(\frac{\pi X a}{\lambda D} \right)$$

2-

	minimum	Maximum
Position du premier	$X_{\min 1} = \lambda D / a = 6 \text{ mm}$	$X_{M1} = 0$
Position du deuxième	$X_{\min 2} = 2\lambda D / a = 12 \text{ mm}$	$X_{M2} = 3\lambda D / 2a = 9 \text{ mm}$
Position du troisième	$X_{\min 3} = 3\lambda D / a = 18 \text{ mm}$	$X_{M2} = 5\lambda D / 2a = 15 \text{ mm}$

3-

$$I = I_0 a^2 b^2 \sin_c^2 \left(\frac{\pi X a}{\lambda D} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi Y b}{\lambda D} \right) = I_0 a^4 \sin_c^2 \left(\frac{\pi X a}{\lambda D} \right) \sin_c^2 \left(\frac{\pi Y a}{\lambda D} \right)$$

Si X=Y :

$$I = .10^{-16} I_0 \sin_c^4 \left(\frac{\pi .10^5 X}{600} \right)$$

Références :

1-Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light, Born, M. & Wolf, E. 7th Edition, Cambridge University Press, 1999

2.- Introduction to Optics, Pedrotti, F., Pedrotti, L., & Pedrotti, L. 3rd Edition, Pearson, 2006

3- Optique ondulatoire, JIMMY ROUSSEL, 1ere édition – Février 2013

4-Optique ondulatoire, Richard Taillet, De Boeck , 1e édition - 125 pages - ISBN 978-2-8041-6564-2- août 2011

5- Optique physique, Propagation de la lumière, Richard Taillet - Collection LMD (Licence - Maîtrise - Doctorat), De Boeck supérieure 2015 .